



Traitement des erreurs de mesure par une approche bayésienne

A Bayesian approach for the consideration of measurement errors

GILLE Marc

Braincube

*(précédemment à PHIMECA et Clermont
Auvergne INP)*

Clermont-Ferrand

marcgille88@gmail.com

YALAMAS Thierry
PHIMECA Engineering
Courmon d'Auvergne
yalamas@phimeca.com

BEAUREPAIRE Pierre

Université Clermont Auvergne, Clermont

Auvergne INP, CNRS, Institut Pascal

Clermont-Ferrand

pierre.beaurepaire@sigma-clermont.fr

GAYTON Nicolas
Université Clermont Auvergne, Clermont
Auvergne INP, CNRS, Institut Pascal
Clermont-Ferrand
nicolas.gayton@sigma-clermont.fr

DUMAS Antoine

PHIMECA Engineering

Courmon d'Auvergne

dumas@phimeca.com

Résumé — La surveillance des indicateurs implique la collecte en continu et l'analyse de métriques, ce qui permet d'éclairer la prise de décision. Cependant, des erreurs de mesure peuvent entacher la collecte d'indicateurs et conduire à une décision erronée. Cette contribution propose une approche probabiliste pour la prise en compte de telles erreurs de mesure. Notre travail est réalisé dans le contexte de l'industrie manufacturière, où la métrologie est un outil clé pour le tolérancement car elle est utilisée pour déterminer si les dimensions sont dans leurs intervalles de tolérance. Cependant, la méthode proposée peut facilement être appliquée à d'autres problèmes, tant que l'indicateur considéré implique une plage de valeurs acceptables. La densité de probabilité de l'erreur de mesure est supposée connue ; ce travail est inclus dans un projet de recherche en collaboration avec une entreprise de métrologie, où les ingénieurs sont en mesure de nous fournir ces informations. Cet article décrit une stratégie pour tenir compte de ces erreurs de mesure et corriger (partiellement) ou atténuer leurs effets. À travers l'inférence bayésienne, la vraisemblance des vraies valeurs données des valeurs mesurées est estimée, permettant une correction probabiliste. La méthode proposée est appliquée à des exemples numériques avec des données simulées et sa pertinence est discutée.

Mots-clés — *quantification d'incertitudes, approches bayésiennes, erreurs de mesure*

Abstract — The monitoring of indicators involves continuous collection and analysis of metrics, which facilitates decision-making. However, measurement errors can tarnish indicator collection and lead to erroneous decisions. This contribution proposes a probabilistic approach to account for such measurement errors. Our work is performed in the context of manufacturing, where metrology is a key tool for tolerancing as it is used to determine whether dimensions are within their tolerance intervals. However, the proposed method can readily be applied to an indicator problem as long as it involves a range of acceptable indicator value. The probability density function of the measurement error is assumed to be known; this work is included in a research project in collaboration with a metrology company, where the engineers are able to provide us with this information. This paper describes a strategy to account for such measurement errors and (partially) correct or mitigate their effects. Through Bayesian inference, the likelihood of true values given measured values is estimated, allowing for a probabilistic correction. The proposed method is applied to numerical examples with simulated data and its relevance is discussed.

Keywords — *uncertainty quantification, Bayesian approach, measurement errors*

I. INTRODUCTION

La surveillance des indicateurs implique l'observation continue et l'analyse de métriques critiques pour évaluer les performances et orienter la prise de décision. Elle est utilisée dans un large éventail d'activités, telles que la finance, les soins de santé ou la gestion de l'environnement. Une surveillance efficace des indicateurs permet aux parties prenantes de rester informées, de détecter les tendances et de réagir rapidement aux changements. Cependant, les erreurs de mesure ne peuvent être évitées ; il est donc nécessaire de mettre en place des techniques de prise de décision robustes. L'approche probabiliste fournit un cadre adapté pour modéliser ce problème (voir e.g. Bich, 2012) ; les erreurs de mesure sont modélisées par des variables aléatoires.

Ce travail est focalisé plus particulièrement sur une problématique associée à l'industrie manufacturière. Les ingénieurs sont conscients que les procédés de fabrication introduisent des imperfections géométriques. Par conséquent, deux composants fabriqués sur la même chaîne de montage à partir de la même matière première n'ont pas la même forme ; leur géométrie diffère

37 également de celle du modèle de Conception Assisté par Ordinateur (CAO) préparé par les concepteurs. Ces imperfections
38 géométriques ont des effets préjudiciables ; un intervalle de tolérance est associé à chaque dimension pour définir l'amplitude
39 des imperfections acceptables. La conformité géométrique des composants fabriqués est fréquemment vérifiée pour garantir
40 que toutes les dimensions sont dans leur intervalle de tolérance. En pratique, les pièces sont collectées et leurs dimensions sont
41 mesurées. Étant donné que les erreurs de mesure ne peuvent être évitées, les ingénieurs ont besoin de méthodes appropriées
42 pour garantir que l'impact de ces erreurs reste tolérable. Le guide pour l'expression de l'incertitude de mesure, ou *Guide to the*
43 *Expression of Uncertainty in Measurement* (GUM) fournit des règles générales applicables dans ce contexte (JCGM, 2008).
44 Sommer et Siebert (2006) ont proposé une stratégie de modélisation alternative applicable dans ce contexte. L'approche
45 probabiliste est largement utilisée pour la prise en compte des erreurs de mesure (Cox *et al.*, 2008).

46 Un modèle d'erreur additif est utilisé ; elle s'exprime comme suit :

$$m = t + \varepsilon \quad (1)$$

47 où t est la valeur réelle d'une dimension (cela reste un concept théorique qui serait idéalement déterminé par un appareil de
48 mesure sans erreur, si un tel dispositif existe), m est la valeur mesurée de la dimension, qui est affectée par l'erreur de mesure
49 ε . Notre étude utilise l'approche probabiliste et ces grandeurs sont modélisées comme des variables aléatoires et caractérisées
50 par leur fonction de densité de probabilité. La fonction de densité de probabilité de l'erreur de mesure est supposée être connue ;
51 Ce travail s'inscrit dans le cadre d'un projet de recherche en collaboration avec une entreprise de métrologie, où les ingénieurs
52 sont en mesure de nous fournir ces informations. L'objectif de ce travail est la correction de l'erreur de mesure. Pour chaque
53 valeur mesurée, nous introduisons une valeur révisée à l'aide d'une procédure bayésienne. Ce travail complète l'approche que
54 nous avons présentée lors de la précédente conférence CAT CIRP sur le tolérancement (Gille *et al.*, 2022), qui mettait l'accent
55 sur la correction complète d'un ensemble de mesures multiples. Ici, nous nous concentrons sur la correction individuelle de
56 chaque valeur mesurée.

57 La méthode proposée est appliquée ici pour un exemple particulier, la vérification de la conformité géométrique ; elle est
58 cependant généralisable sur un large spectre de problèmes.

59 L'article est structuré comme suit : la section 2 présente le contexte de ce travail à travers un exemple très simple ; la section 3
60 décrit la méthode proposée ici, qui est ensuite appliquée à de multiples exemples numériques dans la section 4 ; le manuscrit se
61 termine par des conclusions et des perspectives.

62 II. DESCRIPTION DU PROBLEME

63 L'idée générale développée dans cet article peut être illustrée par l'exemple simple suivant. La valeur nominale et l'intervalle
64 de tolérance associés à une cote sont respectivement de 10 mm et 0,2mm. L'inspection est réalisée à l'aide d'un instrument dont
65 l'erreur de mesure suit une distribution uniforme comprise entre -0,02 et 0,02mm. Une pièce est fabriquée et la dimension
66 mesurée correspondante est égale à 10,1mm (c'est-à-dire qu'elle se trouve exactement au bord de l'intervalle de tolérance). Les
67 questions suivantes peuvent légitimement se poser : quelles sont les chances que la dimension se situe en dehors de la plage de
68 tolérance ? À l'intérieur des tolérances ? Deux stratégies sont disponibles pour répondre à ces questions.

- 69 • L'approche fréquentiste utilise la mesure disponible et la fonction de densité de probabilité de l'erreur de mesure. Étant donné
70 que la valeur médiane de l'erreur est nulle, il est tout aussi probable que la dimension soit surestimée ou sous-estimée. Il est
71 donc tout aussi probable que la dimension se situe à l'intérieur ou à l'extérieur de la plage de tolérance.
- 72 • L'approche bayésienne considère deux hypothèses justifiant que la valeur mesurée se situe à la limite de tolérance. (1) La
73 valeur réelle se situe dans les limites de tolérance, l'erreur de mesure entraînant une surestimation. (2) La valeur réelle se
74 situe en dehors de la plage de tolérance, l'erreur de mesure entraînant une sous-estimation. Comme précédemment, la
75 surestimation et la sous-estimation sont équiprobables. Cependant, les dimensions hors tolérance sont rarement observées
76 dans un environnement industriel typique. Par conséquent, la probabilité que la dimension soit conforme est très élevée alors
77 que la probabilité qu'elle soit hors tolérance est faible. Par conséquent, dans l'approche bayésienne, il existe de fortes
78 probabilités que la dimension soit conforme.

79 La méthode bayésienne est privilégiée ici pour son utilisation de l'information disponible. Cette étude se concentre
80 principalement sur le développement d'une méthodologie pour la correction (partielle) des erreurs de mesure à l'aide de
81 l'approche probabiliste.

82 III. MÉTHODOLOGIE

83 A. Densité de probabilité de la valeur vraie

84
85 Les fonctions de densité de probabilité associées aux métriques impliquées dans notre problème sont liées par la formule :

$$f_M(m) = \int_{-\infty}^{\infty} f_T(m - e)f_\varepsilon(e) \, de \quad (2)$$

86 où f_M , f_T et f_ε désignent les densités de probabilité de la valeur mesurée, de la valeur vraie et de l'erreur de mesure,
87 respectivement. L'équation (2) est la formule bien connue de la densité de probabilité d'une somme de deux variables aléatoires
88 indépendantes. La densité de probabilité associée à l'erreur de mesure est supposée connue, c'est une hypothèse initiale de notre

89 travail. La densité de probabilité de la valeur mesurée peut être estimée à partir d'échantillons ; une stratégie largement utilisée
 90 dans ce contexte consiste à collecter plusieurs pièces, à mesurer la dimension correspondante et enfin à identifier cette
 91 distribution à partir des données collectées, par exemple en utilisant des méthodes telles que le maximum de vraisemblance
 92 (voir par exemple Millar, 2011 ; Severini, 2000). La densité de probabilité de la valeur vraie est définie de manière univoque
 93 avec cette information. Cependant, elle se trouve à l'intérieur de l'intégrale impliquée dans l'équation (2) et son identification
 94 reste non triviale. Cette tâche est appelée *déconvolution statistique* (par analogie avec l'opération largement utilisée dans le
 95 traitement d'images ou de signaux, voir par exemple Caballero-Gaudes et al., 2019 ; Mahata, 2020).
 96 Les moments de la valeur vraie peuvent être déduits de ceux de la valeur mesurée et de l'erreur de mesure :

$$\mu_T = \mu_M - \mu_\varepsilon \quad (3)$$

$$\sigma_T^2 = \sigma_M^2 - \sigma_\varepsilon^2 \quad (4)$$

97 où μ_T , μ_M et μ_ε désignent respectivement la moyenne de la valeur vraie, de la valeur mesurée et de l'erreur de mesure σ_T^2 , σ_M^2
 98 et σ_ε^2 sont les variances de ces grandeurs. Dans le cas où l'erreur de mesure et la valeur mesurée suivent une loi normale, la
 99 valeur vraie suit aussi une loi normale. Ses moments étant donnés par les Equations (3-4), la loi de la valeur vraie est
 100 complètement caractérisée et le problème de déconvolution présente une solution analytique. Dans le cas général, une solution
 101 analytique n'est pas disponible lorsque la valeur mesurée et/ou l'erreur de mesure suivent des lois arbitraires (par exemple,
 102 uniforme, log-normal, arcsin, bêta, etc.). La déconvolution peut néanmoins être effectuée numériquement. Une stratégie
 103 fréquemment utilisée utilise la fonction caractéristique (c'est-à-dire la transformée de Fourier de la densité de probabilité) des
 104 variables aléatoires impliquées dans le problème en combinaison avec une fonction de noyau (Stefanski et Carroll, 1990 ;
 105 Carroll et Hall, 1988) ou des ondelettes (voir par exemple Meister, 2008). Des stratégies alternatives sont disponibles,
 106 définissant par exemple un problème d'optimisation régularisé (Yang *et al.*, 2020) ou des modèles de substitution locaux (Gille
 107 *et al.*, 2022).

108 B. Correction de la valeur mesurée

109 L'objectif de notre travail est une correction individuelle de chaque mesure. L'erreur n'est pas connue, seule sa distribution est
 110 disponible. Par conséquent, il n'est pas possible de déterminer de manière univoque la valeur réelle associée à une mesure. La
 111 valeur mesurée est exprimée comme la somme d'une valeur vraie et d'une erreur de mesure, comme indiqué dans l'équation (1).
 112 Par conséquent, un nombre infini de combinaisons de valeur vraie et d'erreur de mesure peut conduire à la même valeur
 113 mesurée. Ce problème est traité ici dans un cadre probabiliste. Nous visons à déterminer la probabilité d'occurrence associée à
 114 toutes les paires de termes dont la somme est égale à la valeur mesurée. La valeur vraie est modélisée comme une variable
 115 aléatoire, sa distribution est définie à l'aide du théorème de Bayes (1763) :

$$f_T(t|m) = \frac{1}{C} f(m|t) f_T(t) \quad (5)$$

116 où $f_T(t|m)$ est la vraisemblance impliquée dans le théorème de Bayes, c'est-à-dire la densité de probabilité de la valeur vraie t ,
 117 conditionnée par m , la valeur mesurée qui lui est associée et $f_T(t)$ est la loi *a priori*, la densité de probabilité qui caractériserait
 118 le mieux la valeur vraie dans le cas où aucune valeur mesurée n'est disponible. Le coefficient C est une constante garantissant
 119 que l'équation (5) s'intègre à un, cette constante est parfois appelée la *vraisemblance marginale*.

120 La vraisemblance est dérivée de l'erreur de mesure. En effet, si la valeur vraie est disponible, la distribution de la valeur mesurée
 121 peut être dérivée à partir de la loi de l'erreur de mesure. Comme $\varepsilon = m - t$, il vient :

$$f(m|t) = f_\varepsilon(m - t) \quad (6)$$

122 La loi de la valeur vraie décrite à la section III.A est utilisée ici comme loi *a priori*. Les effets des erreurs de mesure sont
 123 corrigés statistiquement, ce qui permet de caractériser l'information sur la valeur réelle dans les cas où aucune information
 124 supplémentaire n'est disponible.

125 La densité de probabilité conditionnelle exprimée dans l'équation (5) est ensuite utilisée pour réviser la valeur mesurée. Une
 126 stratégie possible consiste à utiliser la valeur moyenne (conditionnelle) :

$$E[t|m] = \int_{-\infty}^{\infty} t f_T(t|m) dt \quad (7)$$

127

128

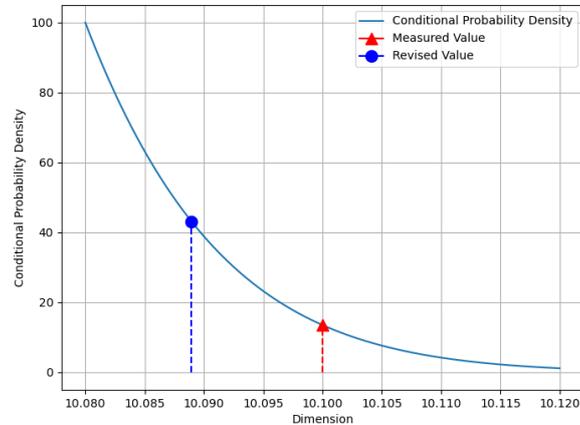
IV. EXEMPLES

129 A. Correction d'une valeur unique

130 Le premier exemple correspond au problème décrit à la section II ; il s'agit d'un exemple qui vise à illustrer uniquement la
 131 révision d'une valeur unique.

132 La valeur mesurée est de 10,1mm et l'erreur de mesure suit une loi uniforme entre -0,02 et 0,02mm. Comme hypothèse
 133 supplémentaire, on suppose arbitrairement que la loi *a priori* de la valeur vraie suit une loi normale de moyenne 10mm et
 134 d'écart-type 0,03mm. Dans le cas général, plusieurs valeurs mesurées sont disponibles et la loi *a priori* est obtenue via les
 135 Equations (3-4).

136 La Figure 1 montre les résultats de l'exemple. La loi *a posteriori* est définie sur un intervalle borné ; son support est centré
 137 sur la valeur mesurée et la largeur du support est égale à celle de la loi uniforme de l'erreur de mesure. Sur son support, la
 138 distribution a posteriori est proportionnelle à la distribution *a priori*, elle est donc définie comme une loi normale tronquée. La
 139 valeur révisée selon l'Equation (7) est égale à 10,089mm, c'est-à-dire qu'elle est inférieure à la valeur mesurée, ce qui s'explique
 140 par l'asymétrie de la loi *a posteriori*. La loi *a posteriori* peut également être utilisée pour déterminer la probabilité que la
 141 dimension se situe dans son intervalle de tolérance ; cette probabilité est égale à 90 % pour cet exemple particulier (et par
 142 conséquent, il y a 10 % de chances que la dimension soit hors tolérance).



143 Figure 1. Loi *a posteriori*, valeurs mesurées et révisées selon l'Equation (7)
 144

143
 144

145 **B. Correction d'un lot de mesures en utilisant des lois normales**

146 Le deuxième exemple décrit un ensemble de mesures qui sont corrigées en utilisant la méthode proposée. Plusieurs valeurs
 147 mesurées $m^{(1)}, m^{(2)}, \dots, m^{(N)}$ sont disponibles. Il s'agit d'utiliser ces informations pour : (1) déterminer la loi associée à la
 148 valeur vraie, qui est ensuite utilisée comme loi a priori pour l'approche bayésienne ; (2) calculer les valeurs révisées qui
 149 correspondent au mieux aux valeurs mesurées en utilisant l'Equation (7), c'est-à-dire $E[t|m^{(1)}], E[t|m^{(2)}], \dots, E[t|m^{(N)}]$

150 Des données synthétiques sont utilisées, c'est-à-dire que les valeurs vraies et les erreurs de mesure sont créées à l'aide d'un
 151 générateur de nombres pseudo-aléatoires (et les valeurs mesurées sont ensuite calculées à partir de ces données). La méthode
 152 proposée est ensuite appliquée et les résultats sont comparés à la valeur de référence afin d'évaluer la performance. La valeur
 153 vraie suit une loi normale de moyenne égale à 101 mm et d'écart-type égal à 0,4 mm. L'erreur de mesure suit une loi normale
 154 avec une moyenne nulle et l'écart-type est égal à 0,2 mm. Ces lois sont utilisées pour la génération d'un échantillon synthétique
 155 de valeurs mesurées ; 1000 échantillons sont générés au total. Les échantillons de la valeur mesurée sont d'abord utilisés pour
 156 effectuer la déconvolution, c'est-à-dire la densité de probabilité de la dimension réelle est déduite des échantillons et de la loi
 157 de l'erreur de mesure. L'approche bayésienne est ensuite appliquée pour réviser les valeurs mesurées, chaque échantillon étant
 158 révisé individuellement en utilisant l'Equation (7). Le coefficient de détermination est ensuite appliqué pour quantifier les
 159 erreurs associées au processus de révision ; il est renvoyé à l'annexe pour plus de détails sur le coefficient de détermination.

160 À la fin du processus de déconvolution, la moyenne de la valeur vraie est estimée à 100,989 mm et son écart-type à
 161 0,398 mm. Les erreurs associées à la déconvolution sont donc modérées. Cette dernière est ensuite utilisée comme loi *a priori*
 162 de la stratégie de révision bayésienne. Le coefficient de détermination est utilisé pour quantifier la qualité des prédictions. Nous
 163 avons obtenu $R^2 = 0.802$ pour les valeurs révisées selon l'Equation (7) et $R^2 = 0.749$ pour la valeur mesurée. Ces chiffres
 164 indiquent que la méthode proposée conduit globalement à une amélioration. Il convient de noter que, lorsque la procédure de
 165 révision basée sur l'Equation (7) est appliquée, les valeurs vraies ne sont pas disponibles, seule la loi de l'erreur de mesure est
 166 connue. Par conséquent, nous appliquons une correction statistique ; il n'est pas donc possible d'effectuer une correction parfaite.
 167 Par conséquent, il n'est pas possible d'obtenir une valeur élevée de R^2 (comme par exemple $R^2 = 0.99$).

168 **C. Influence de la taille de l'échantillon**

169 La taille de l'échantillon, qui représente le nombre total de mesures disponibles, a un impact direct sur la précision de la
 170 méthode proposée, car elle affecte la procédure de déconvolution. Une taille d'échantillon plus élevée réduit les erreurs dans
 171 la procédure de déconvolution, car les erreurs dans l'évaluation des moments de la loi de la valeur vraie sont réduites. Cette
 172 loi est utilisée comme *a priori* de la procédure bayésienne ; elle a donc également un impact sur l'issue de la procédure de
 173 révision. Le

174 Tableau 1 présente les coefficients de détermination des valeurs révisées selon l'Equation (7). À titre de comparaison, le
175 coefficient de détermination des valeurs mesurées est de 0,750 ; La procédure proposée conduit en moyenne à une amélioration.
176

Tableau 1 Effets de la taille de l'échantillon sur le coefficient de détermination des valeurs révisées selon l'Equation (7).

Taille de l'échantillon	Coefficient de détermination
10^2	0.797
10^3	0.804
10^4	0.800
10^5	0.800

178

179

La méthode proposée est testée indépendamment 50 fois de suite en utilisant 10^2 , 10^3 et 10^4 échantillons. Les coefficients de détermination sont estimés à chaque essai ; les résultats sont présentés sur la Figure 2.

180

181

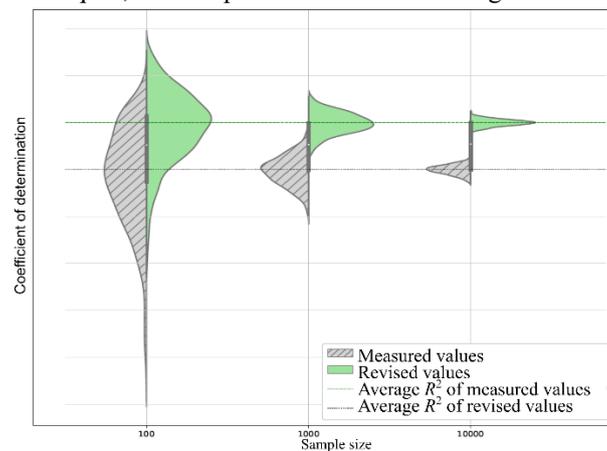
Il apparait que la taille de l'échantillon n'a pas d'influence sur la valeur moyenne du coefficient de détermination. La valeur révisée selon l'Equation (7) présente un coefficient de détermination plus élevé que la valeur mesurée pour toutes les tailles d'échantillon. On peut donc conclure qu'en moyenne, la procédure proposée conduit à des améliorations. On observe que la dispersion du coefficient de détermination diminue à mesure que la taille de l'échantillon augmente. C'est ce que l'on observe couramment pour les indicateurs statistiques, dont la qualité de l'estimation augmente avec la taille d'échantillon.

182

183

184

185



186

187

Figure 2. Effets de la taille de l'échantillon sur le coefficient de détermination

188

D. Influence des écarts-types

189

Cette sous-section étudie l'effet de l'écart-type de l'erreur de mesure et de la dimension réelle. Plus précisément, ce ne sont pas les valeurs individuelles de chaque écart-type qui importent, mais leurs valeurs relatives. Cette étude examine l'impact du rapport entre ces deux paramètres sur l'amélioration des mesures. Figure 3 montre les effets du rapport entre les écarts-types sur le coefficient de détermination. Pour les valeurs faibles de l'écart-type de l'erreur de mesure (c'est-à-dire les petites erreurs de mesure) :

192

193

194

195

196

197

198

199

200

201

202

203

204

205

206

207

208

209

- la valeur mesurée est très proche de la valeur vraie et le coefficient de détermination correspondant est proche de un ;
- La valeur révisée selon l'Equation (7) est également très proche de la valeur vraie ; comme l'erreur de mesure est faible, il y a peu de place pour l'amélioration. De plus, la vraisemblance impliquée dans l'équation (5) a une région très étroite de masse centrale et donc le processus de révision provoque une très petite modification.

Les deux coefficients de détermination diminuent lorsque l'écart-type de l'erreur de mesure augmente. En effet, les erreurs sont toujours préjudiciables, même si elles peuvent être partiellement corrigées. Le processus de révision a des effets bénéfiques, car il conduit toujours à un coefficient de détermination plus élevé. Lorsque l'écart-type de l'erreur de mesure devient supérieur à celui de la valeur vraie, le coefficient de variation associé à la valeur mesurée devient négatif. Dans ce cas, les mesures ne transmettent pas d'informations pertinentes. La valeur moyenne des mesures fournit de meilleures informations que les mesures individuelles. Le coefficient de détermination des valeurs révisées selon l'Equation (7) est toujours positif, même pour les erreurs de mesure avec un écart-type important. Cela signifie que la valeur révisée reste un indicateur pertinent, même pour des erreurs de mesure importantes. Le coefficient de variation de la valeur révisée converge vers zéro lorsque l'écart-type de l'erreur de mesure converge vers l'infini. Cela signifie que la procédure de révision proposée ici devient inefficace lorsque les erreurs de mesure sont excessives.

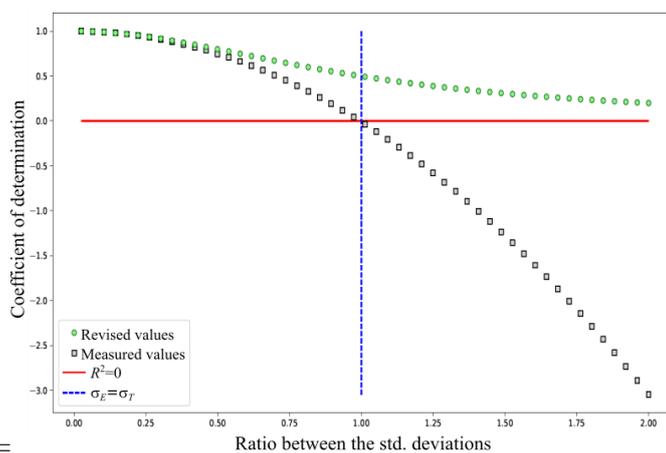


Figure 3. Effets du rapport entre les écarts-types sur le coefficient de détermination

V. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Nous présentons dans cet article une approche bayésienne pour traiter les erreurs de mesure, offrant une nouvelle stratégie pour prendre en compte et atténuer leurs effets sur les mesures dimensionnelles. La procédure proposée ne garantit pas l'amélioration des mesures individuelles. Cependant, des améliorations globales sont observées en moyenne sur des lots de plusieurs mesures. En corrigeant statistiquement les erreurs, notre méthode offre une amélioration globale de la précision des mesures. Cette méthode est assez robuste, car elle reste applicable pour des échantillons de petite taille ou en présence d'erreurs de mesure importantes. Une densité de probabilité peut être associée à chaque échantillon révisé, ce qui peut permettre des processus de prise de décision éclairés. Par exemple, il facilite la détermination des probabilités concernant la conformité ou la non-conformité d'une pièce par rapport aux spécifications de tolérance.

La stratégie de révision proposée tient compte du contexte dans lequel les mesures sont obtenues. Cette information est véhiculée par la loi *a priori* utilisée dans le théorème de Bayes. Cette identification requiert un échantillon de valeurs mesurées suffisant. Par conséquent, la révision d'une mesure individuelle reste non-triviale, car nous ne proposons pas de méthode pour sélectionner la loi *a priori* de l'approche bayésienne dans un tel contexte. La méthode proposée ici a plutôt vocation à être utilisée pour réviser un lot de mesures.

Les travaux futurs pourraient être orientés vers l'intégration de l'approche bayésienne proposée dans les cadres décisionnels qui tiennent compte à la fois des risques des fournisseurs et des clients. La stratégie optimale d'assurance de la qualité pourrait être déterminée en incorporant des évaluations probabilistes de la conformité et de la non-conformité.

VI. REMERCIEMENTS

Ce travail a été soutenu par le FEDER : AV0018569, « Démonstrateur' Services et Outils pour la Métrologie Avancée (STAM) », Cournon d'Auvergne (Puy de Dôme), Numéro de Bourse : 43921047700055 - PHI-MECA ENGINEERING, que les auteurs remercient pour leur soutien

L'auteur tient à remercier J.-M. Pou, Président et fondateur de Deltamu et membre de la commission « Métrologie » de l'AFNOR pour avoir partagé son expertise et ses idées innovantes à travers des discussions motivantes et intéressantes sur le sujet

VII. ANNEXE : COEFFICIENT DE DETERMINATION

Le coefficient de détermination est utilisé ici pour évaluer la performance du processus de révision. Cet indicateur est largement utilisé dans la régression linéaire ou non-linéaire. Il reste applicable à la performance des métriques utilisées comme approximation de la valeur réelle, c'est-à-dire la valeur révisée ou la valeur mesurée ici. Le coefficient de détermination s'exprime comme suit :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (t^{(i)} - \hat{t}^{(i)})^2}{\sum_{i=1}^N (t^{(i)} - \bar{t})^2} \quad (8)$$

où $t^{(i)}, i = 1, \dots, N$ est un lot de réalisations de la valeur vraie, $\hat{t}^{(i)}$ est un lot de valeurs révisées ou de valeurs mesurées et \bar{t} est la moyenne de la valeur vraie, calculée à l'aide des réalisations disponibles. Le coefficient de détermination est toujours inférieur ou égal à un ; plus il est proche d'un, plus les valeurs de \hat{t} se rapprochent de la valeur vraie en moyenne sur l'échantillon. Les coefficients négatifs des déterminations sont associés à un très mauvais ajustement, l'utilisation de la valeur moyenne \bar{t} donnerait statistiquement une meilleure approximation que \hat{t} .

- 250 Bayes, T. (1763). An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 53, 370-418.
- 251 Caballero-Gaudes, C., Moia, S., Panwar, P., Bandettini, P., & Gonzalez-Castillo, J. (2019). A deconvolution algorithm for multi-echo functional MRI: Multi-
252 echo Sparse Paradigm Free Mapping. NeuroImage, 202, 116081. doi:10.1016/j.neuroimage.2019.116081.
- 253 W. Bich (2012), From Errors to Probability Density Functions. Evolution of the Concept of Measurement Uncertainty, IEEE Transactions on Instrumentation
254 and Measurement, 61(8): 2153-2159, doi:10.1109/TIM.2012.2193696.
- 255 Carroll, R. J., & Hall, P. (1988). Optimal rates of convergence for deconvolving a density. J. Am. Stat. Assoc., 83, 1184-1186.
- 256 Cox, M., Rossi, G., Harris, P., & Forbes, A. (2008). A probabilistic approach to the analysis of measurement processes. Metrologia, 45, 493.
- 257 Gille, M., Beaurepaire, P., Dumas, A., Taghon, F., Yalamas, T., & Gayton, N. (2022). On the identification of the probability density function of a dimension
258 from data with measurement errors. Procedia CIRP, 114, 60-66. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2022.10.009>.
- 259 Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM). (2008). Evaluation of measurement data | Guide to the expression of uncertainty in measurement (JCGM
260 100:2008). Retrieved from https://www.bipm.org/documents/20126/2071204/JCGM_100_2008_E.pdf/cb0ef43f-baa5-11cf-3f85-4dcd86f77bd6
- 261 Mahata, K. (2020). Sparse deconvolution via off-grid T.V minimization. Signal Processing, 15.
- 262 Meister, A. (2008). Deconvolution Problems in Nonparametric Statistics. Springer.
- 263 Millar, R. B. (2011). Maximum Likelihood Estimation and Inference. Hoboken, NJ: Wiley. ISBN 978-0-470-09482-2.
- 264 Severini, T. A. (2000). Likelihood Methods in Statistics. New York, NY: Oxford University Press. ISBN 0-19-850650-3.
- 265 Sommer, K. D., & Siebert, B. R. L. (2006). Systematic approach to the modelling of measurements for uncertainty evaluation. Metrologia, 43(4), S200.
- 266 Stefanski, L. A., & Carroll, R. J. (1990). Deconvoluting kernel density estimators. Statistics, 21, 169-184.
- 267 Yang, R., Apley, D. W., Staum, J., & Ruppert, D. (2020). Density Deconvolution With Additive Measurement Errors Using Quadratic Programming. Journal
268 of Computational and Graphical Statistics, 29(3), 580-591. DOI: 10.1080/10618600.2019.1704294
- 269 271
- 270 272