Evaluation d’estimation probabiliste de la durée de vie en fatigue mécanique

Evaluation of probabilistic Fatigue Life Estimation

EL ZAHLANIYEH Rebecca
Expleo France
Paris
rebecca.el-zahlaniyeh@expleogroup.com

CHABANAS Charlotte
Expleo France
Paris
charlotte.chabanas@expleogroup.com

***Résumé* —** Pour évaluer la défaillance due à la fatigue, il est courant en ingénierie mécanique d'utiliser des courbes S-N, où S représente la contrainte et N le nombre de cycles jusqu'à la rupture. Notre travail porte sur le développement de techniques statistiques visant à améliorer l'ajustement des courbes de fatigue aux données expérimentales. Les recherches que l’on expose maintenant visent à quantifier la variabilité des essais en fonction des différentes approches statistiques et lois de fatigue. On réalise des analyses en utilisant les lois traditionnelles telles que Basquin et Strohmeyer, ainsi que la loi plus récente de Stüssi, combinées à différentes méthodes statistiques, principalement basées sur la distribution log-normale. Cette approche nous permet de comparer les courbes de fatigue pour un même échantillon, mais avec 2 méthodes statistiques différentes.

Mots-clefs* — *fiabilité mécanique, modélisation probabiliste de la fatigue, données censurées, maximum de vraisemblance, loi de probabilité.

***Abstract* —** To assess fatigue failure, it is common in mechanical engineering to utilize S-N curves, where S represents stress and N denotes the number of cycles until failure. Our work focused on developing statistical techniques to enhance the fitting of fatigue curves to experimental data. The research we present now aims to quantify the variability of trials based on different statistical approaches and fatigue laws. We conduct analyses using traditional laws such as Basquin and Strohmeyer, as well as the more recent Stüssi law, combined with various statistical methods, primarily based on log-normal distribution. This approach enables us to compare fatigue curves for the same sample but with different statistics methods.

Keywords* — *Mechanical reliability, probabilistic modeling of fatigue, censored data, maximum likelihood, probability distribution.

INTRODUCTION — Expleo, en tant qu'acteur dans les domaines de l'aéronautique et de l'automobile, a mis en place des activités de R&D et s'intéresse à la recherche notamment en fiabilité mécanique. L’un de ces projets consiste au développement d’un logiciel propriétaire utilisant des méthodes statistiques récentes permettant d’estimer des lois de fatigue, de mesurer des incertitudes et de considérer les données d’essais mécaniques censurées [1]. L'objectif est de développer l'expertise en fatigue mécanique et de mettre en avant les avancées scientifiques récentes afin de les appliquer à des cas industriels spécifiques.

La défaillance par fatigue demeure une préoccupation majeure dans la conception en ingénierie, en particulier dans les industries où les composants sont soumis à des charges cycliques. Dans le contexte de garantir la fiabilité et la sécurité des systèmes mécaniques, l’utilisation des lois de fatigue et des distributions statistiques joue un rôle crucial dans la quantification de la variabilité des essais expérimentaux et la prédiction de la durée de vie en fatigue. L’objectif principal de ce logiciel est de fournir des évaluations de loi de fatigue en fonction d’essais de fatigue en prenant en compte les échantillons non cassés. Ces évaluations proposent différentes lois de fatigue, différentes prises en compte des échantillons non cassés, et différentes lois de distributions. Ainsi, lors d’un essai, on peut évaluer au mieux les essais à effectuer et utiliser le moins d’éprouvettes possibles en choisissant au mieux les contraintes des prochaines éprouvettes. Cependant, pour choisir les lois de fatigue les plus adaptées à nos échantillons, il faut aussi définir des critères permettant d’évaluer laquelle est la plus adaptée. Le but de cet article est de présenter la dispersion des essais expérimentaux aux lois identifiées en utilisant différentes méthodes statistiques. Cela sera réalisé en comparant systématiquement les résultats de l'application de lois de fatigue traditionnelles, telles que Basquin et Strohmeyer, avec de nouveaux modèles comme la loi de Stüssi, avec la distribution statistique log-normale. L'approche prévue consiste à mener des analyses sur des données de fatigue censurées en utilisant des techniques d'estimation du maximum de vraisemblance et la méthode du moindre au carré pour évaluer la qualité de l'ajustement des deux modèles statistiques.

Ainsi, plus tard, on pourra évaluer la fiabilité des résultats pour chaque couple de méthode, loi de fatigue et lois statistiques pour un jeu de données pour voir comment quantifier au mieux les résultats. Cela nous permettra d'identifier les différentes caractéristiques des jeux de données pour choisir le meilleur triplet modèle/méthode/loi de probabilité en fonction des renseignements que l'on a sur les données et pouvoir faire par la suite du Smart Data.

REVUE DE LITERATURE — Dans cette revue de littérature, nous explorerons les travaux antérieurs pertinents concernant les lois de fatigue et leur identification afin de contextualiser notre recherche et d'identifier les lacunes actuelles existante dans le choix des critères d'évaluation des lois de fatigue, qui définissent le choix effectué parmi les différentes identifications que l'on pourrait avoir faite.

Les lois de fatigue datent du début du 20ème siècle. Elles permettent de visualiser la relation entre le chargement, dans notre cas, en contrainte, et la durée de vie des échantillons de matériaux, ou éprouvettes, exprimé en nombre de cycles de chargement. Cependant, comme l'explique Sudret [5], ce phénomène est aléatoire, notamment dû, pour les métaux aux défauts, inclusions, ou encore à la formation de bande de glissement dans des grains superficiels. Pour prendre en compte la dispersion induite par ce phénomène aléatoire, Lemaitre et al [6] parlent de la mesure de la dispersion. Pour cela, ils recommandent de mesurer la dispersion des défauts par observation MEB ou de donner un caractère aléatoire aux paramètres mesurés. Sudret [5], montre bien que dans l'application, jusqu'au 21ème siècle, les normes restaient déterministes et conservatives, pour assurer la sécurité. Cependant, identifier la dispersion permet d'être sûr du caractère conservatif de la méthode, puisqu'en mesurant la dispersion, on peut mesurer de manière rigoureuse l'aléa. L'approche probabiliste a donc été beaucoup développée ces 20 dernières années.

L'approche appliqué ici est de considérer les lois de fatigue comme probabiliste et de supposer que la loi de fatigue identifiée est la médiane d'une distribution de vie de fatigue pour une contrainte donnée. En effet, Comme précisé par Sudret [5], la contrainte est imposée dans les essais de fatigue. C'est la durée de vie qui répercute l'aléatoire et qui est donc dispersée. Nous avons donc fait le choix de choisir une loi log-normale pour représenter la distribution des durées de vie en fonction de la contrainte. Une fois des résultats d'essais récupérés et les premières lois sont identifiés, s'est alors posé la question : Quelle est la loi la plus adaptée ? Sur ce point, 2 types de travaux nous ont intéressés.

Le travail de Barbosa et al. [1] montre les différences entre les métaux et les composites qui doivent être prises en compte lors de la proposition de courbes S-N fiables, telles que des mécanismes de rupture distincts, des résistances ultimes distinctes sous chargement en tension et en compression, et différents mécanismes de dommage par fatigue cumulatif, y compris la fatigue à bas cycle. Ils cherchent à effectuer une revue des modèles utilisés pour construire des champs S-N probabilistes (champs P-S-N) et à démontrer les méthodologies appliquées pour ajuster les champs P-S-N qui conviennent le mieux à l'estimation de la durée de vie en fatigue des matériaux sélectionnés. Leurs résultats indiquent que les modèles probabilistes de Stüssi et Sendeckyj étaient les plus adaptés pour les matériaux composites, tandis que, pour les métaux, seul le modèle probabiliste de Stüssi présentait un bon ajustement des données expérimentales, pour tous les régimes de fatigue. Dans cette étude pour valider les résultats, une visualisation des courbes est effectuée. On visualise la courbe médiane et le percentile de 5% de rupture pour vérifier que les résultats cassés sont bien autour de 50% et au-dessus de 5%. De plus, ils effectuent un calcul de la racine de l'erreur quadratique moyenne (RMSE), expliqué plus tard. Or ce calcul ne peut se faire que pour les échantillons cassés, car les échantillons non cassés doivent être le plus éloigné possible de la courbe médiane. Cela montre l'importance de bien déterminer les caractéristiques des lois de probabilité utilisées. En effet, ce sont elles qui détermineront la courbe de 5% de rupture. Or, la loi log-normale et la loi de Weibull sont des lois qui dépendent de l'écart-type identifié des essais par rapport à la courbe de la loi de fatigue médiane.

Toasa [2] montre que le modèle de Basquin ne permet pas d'extrapoler les courbes de Wöhler dans la région de la fatigue à grand nombre de cycle (HCF). De plus, les essais de fatigue sont les tests expérimentaux les plus coûteux, et lorsque les éprouvettes ne se cassent pas, ces résultats ne sont pas pris en compte dans l'évaluation des données de fatigue. Ces lacunes affectent l'estimation de la durée de vie en fatigue et la conception d'une structure en acier soumise à une grande quantité de charges cycliques. Pour surmonter ces lacunes, une nouvelle méthodologie a été proposée par Castillo et Fernández-Canteli. Basée sur une distribution de Weibull, cette méthodologie permet d'estimer la durée de vie en fatigue d'une structure en acier dans la région HCF. De plus, elle permet de prendre en compte les essais de fatigue cassés ou non dans la modélisation des courbes de Wöhler. Les résultats obtenus montrent que le modèle de Weibull représente une alternative appropriée pour évaluer les données de fatigue et modéliser les courbes de Wöhler. Les quantiles obtenus en appliquant le modèle de Weibull sont plus élevés que les quantiles obtenus en appliquant le modèle de Basquin. De plus, les intervalles de confiance correspondants obtenus en appliquant le modèle de Weibull sont plus serrés que ceux obtenus en appliquant le modèle de Basquin. D'un point de vue technique, les résultats montrent que l'application de la méthode de Castillo et Fernández-Canteli offre une alternative fiable pour estimer la durée de vie ou la limite de fatigue d'une structure en acier et pour représenter les courbes de Wöhler.

Cependant, aucun des deux ne donnent de critères spécifiés pour valider le choix des lois de fatigue par rapport aux essais ou par rapport aux autres estimations lorsqu'ils prennent en compte les données censurées.

En conclusion, il apparaît clairement que malgré les avancées significatives dans le domaine, des questions demeurent en suspens, offrant ainsi des opportunités de recherche prometteuses pour l'avenir.

METHODOLOGIE — Dans notre travail de recherche, on s'intéresse à la modélisation des courbes de lois de fatigue en utilisant des méthodes statistiques et des lois de distributions en considérant des données d'essais mécaniques censurées. Pour cela, on va d'abord considérer les lois de fatigue suivantes :

- **Basquin:** $\log \boldsymbol{N} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} \log \boldsymbol{S}$
  où S est la contrainte cyclique ; N le nombre de cycle à la rupture ; A et B sont les paramètres de la courbe S-N. C'est l'une des lois de fatigue les plus simple et les plus utilisées. Elle nous permet un comparatif avec des essais d'industriels et d'antécédents.
- **Strohmeyer:** $\log \boldsymbol{N} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} \log(\boldsymbol{S} - \boldsymbol{E})$
  où A et B sont les paramètres géométriques de la courbe S-N, N est le nombre de cycles jusqu'à la rupture, S est la contrainte et E est la limite d'endurance en fatigue.
  Cette loi de fatigue a pour intérêt d'être assez simple et de modéliser la fatigue en une durée limitée et illimitée a priori.
- **Stüssi:** $\log \boldsymbol{N} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} \log(\frac{\Delta\sigma - \Delta\sigma_\infty}{\boldsymbol{R_m} - \Delta\sigma})$
  où $\boldsymbol{\Delta\sigma}$ est l'étendu de contraintes pendant l'essai de fatigue, N est le nombre de cycles de charge jusqu'à la rupture, R_m est la résistance à la traction ultime, $\boldsymbol{\Delta\sigma}_\infty$ est la limite de fatigue, A et B sont les paramètres de la courbe S-N. L'avantage de la loi de Stüssi est qu'elle identifie le comportement en fatigue des éprouvettes pour une large gamme de durée de vie a priori. De plus, dans son état de l'art [1], Barbosa et al ont considérés que c'était la loi la plus appropriée (avec la distribution de Weibull 3 paramètres) pour les métaux et les composites.

Pour identifier ces lois de fatigue, on va considérer 2 méthodes : La méthode du maximum de vraisemblance et la méthode des moindres carrés qui va se traduire par une régression non-linéaire pour Basquin et Strohmeyer, mais par une régression linéaire pour Stüssi. Le choix du maximum de vraisemblance tient à la prise en compte des données censurées par cette méthode. Le choix d'effectuer une méthode des moindres carrés tient principalement au comparatif par rapport à des identifications passées et au souhait d'identifier l'amélioration obtenu par le maximum de vraisemblance.

Pour les lois de distributions, on considère la densité de la loi de distribution log-normal et sa fonction de répartition :

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{x}) = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{x}\boldsymbol{\sigma}\sqrt{\mathbf{2}\boldsymbol{\pi}}} \boldsymbol{e}^{\left(-\frac{(\ln(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{\mu})^2}{2\boldsymbol{\sigma}^2}\right)}$$

$$\mathbf{F}(\boldsymbol{x}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \mathbf{erf}\left(\frac{\ln(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\mu}}{\boldsymbol{\sigma}\sqrt{\mathbf{2}}}\right)$$

Nous allons prendre deux campagnes d'essais différentes contenant des éprouvettes non cassées. Afin de pouvoir observer les résultats pour différents types de répartition d'essais censurés. Pour les éprouvettes d'essais de fatigue de German Bridge [4] non cassées, elles ont différentes contraintes et durée de vie, alors que pour les éprouvettes d'essais de fatigue de S690QL-KS [2] non cassées, elles ont des contraintes et durée de vie très similaires. En effet, si les éprouvettes non cassées sont prises en compte, le fait qu'elles soient regroupées ou dispersées pourrait avoir des effets différents. On peut imaginer que les essais regroupés vont très fortement modifier la courbe de loi de fatigue identifiée au niveau de la contrainte de ces essais non cassés, alors que des éprouvettes dispersées auront un plus faible effet localement, mais globalement, la courbe devrait se déplacer vers les durées de vie les plus longues.

Ainsi, notre but sera de représenter la loi de fatigue pour les données d'entrées en utilisant les deux méthodes statistiques (méthodes des moindres carrés et maximum de vraisemblance) et une des lois de fatigue (Basquin, Strohmeyer ou Stussi). On va ensuite étudier graphiquement les résultats en observant la place des échantillons censurées par rapport à la courbe médiane.

RESULTATS — On va réaliser des observations graphiques détaillées pour visualiser et interpréter les résultats obtenus. Puis, on va procéder à une analyse approfondie des résultats, en les comparant aux attentes théoriques et en évaluant leurs cohérences avec les données expérimentales.

Pour obtenir l'équation de la courbe médiane, afin de la tracer dans les figures ci-dessous, on suit la méthode suivante : on considère que la médiane de la loi de probabilité choisi, ici, la Loi Log-normale, est égale à l'expression de N, où N est le nombre de cycles qui est exprimé en fonction de la contrainte S et les paramètres de la loi de fatigue choisi.

La représentation des lois de fatigue ce fait de cette façon dans le logiciel de fatigue que nous utilisons : la ligne pleine correspond une courbe médiane. Cela signifie que 50% des échantillons sont cassés pour une contrainte donnée, la durée de vie correspondants à cette médiane est atteinte. Les lignes pointillées délimitent l'espace dans lequel 95% des échantillons cassés lors des essais doivent se situer. Ces courbes sont représentées à l'aide de l'écart-type calculé sur les essais et selon le choix de loi de distribution choisie, ici la loi log-normale

Les 2 méthodes utilisées pour corréler les résultats d'essais aux courbes suivent un code couleur : en noir sont tracées les identifications effectuées à l'aide de la régression linéaire ou non linéaire selon le cas, et en violet sont tracées les lois identifiées avec la méthode du maximum de vraisemblance.

On peut voir, dans Figure 1, les identifications pour des échantillons d'essais de fatigue de German Bridge [4] de la loi de fatigue de Basquin avec les 2 méthodes utilisées : La méthode du maximum de vraisemblance et la méthode des moindres carrés. On peut observer que les points d'essais cassés sont principalement entre les lignes en pointillées. Pour les points d'essais non cassés, en revanche, ils sont en majorité au-dessus de la ligne médiane pour les 2 méthodes et même au-dessus de l'intervalle de confiance pour la régression non-linéaire.
On peut donc dire que dans les 2 cas, les échantillons cassés étant entre les lignes de l'intervalle de confiance, les estimations sont a priori satisfaisantes. En ce qui concerne les échantillons non cassés, sachant qu'ils devraient casser plus tard, ils devraient aussi être entre les courbes de l'intervalle de confiance, voire plus proches de la médiane que de la limite supérieure a priori. Les courbes tracées avec le maximum de vraisemblance semblent donc mieux correspondre aux essais.

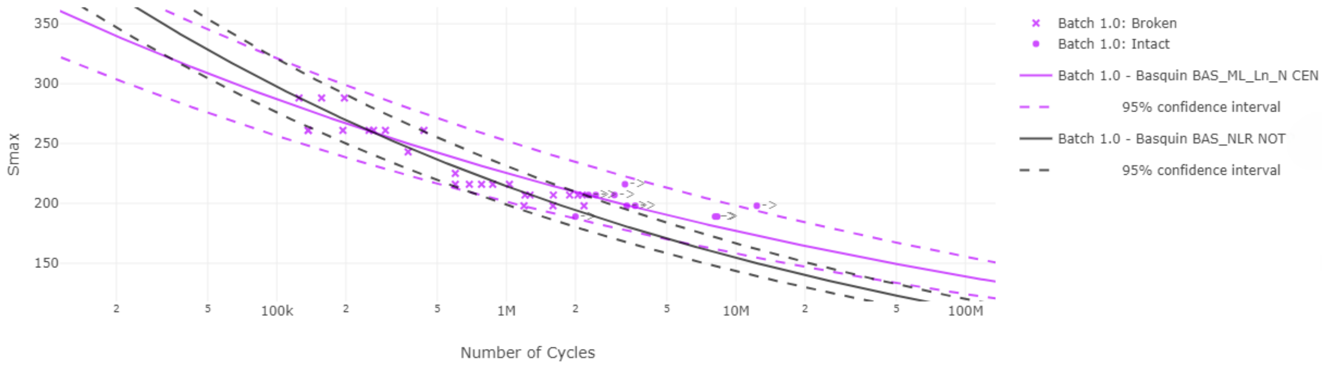

Figure 1: Loi de Basquin avec les méthodes de la régression non linéaire et du maximum de vraisemblance par notre logiciel « Loi de Fatigue » sur les éprouvettes d'essais de fatigue de German Bridge [4].

Avant les 100 000 cycles, les courbes de fatigue du maximum de vraisemblance sont en-dessous des identifications avec la méthode des moindres carrés. Puis à partir de 1 millions de cycles, c'est l'inverse. Donc, pour les plus longues durées de vie, les contraintes admissibles sont augmentées. Ainsi, pour une sollicitation de contrainte maximum de 100MPa, on passe de 100 millions de cycles pour la méthode de régression non-linéaire à 1milliard de cycles pour la méthode du maximum de vraisemblance avec une probabilité de défaillance de 2,5%. Cela permet donc de justifier un dimensionnement pour une contrainte plus élevée qu'initialement si l'on applique la méthode du maximum de vraisemblance en remplacement de la méthode de la régression non-linéaire.
On peut voir, Figure 2, les identifications pour des échantillons d'essais de fatigue de German Bridge [4] de la loi de fatigue de Stüssi avec les 2 méthodes utilisées : La méthode du maximum de vraisemblance et la méthode des moindres carrés. On peut observer que les points d'essais cassés sont principalement entre les lignes en pointillées. Pour les points d'essais non cassés, en revanche, ils sont en majorité au-dessus de la courbe médiane pour les 2 méthodes et même au-dessus de l'intervalle de confiance pour la régression non-linéaire.
On peut donc dire que dans les 2 cas, les échantillons cassés étant entre les lignes de l'intervalle de confiance, les estimations sont a priori satisfaisantes pour le maximum de vraisemblance, mais de manière très limitée pour la régression linéaire car 1 échantillon est très proche de la limite inférieure de l'intervalle de confiance et un autre et en-dessous. En ce qui concerne les échantillons non cassés, sachant qu'ils devraient casser plus tard, ils devraient aussi être entre les courbes de l'intervalle de confiance, voire plus proches de la médiane que de la limite supérieure a priori. Les courbes tracées avec le maximum de vraisemblance semblent donc mieux correspondre aux essais.

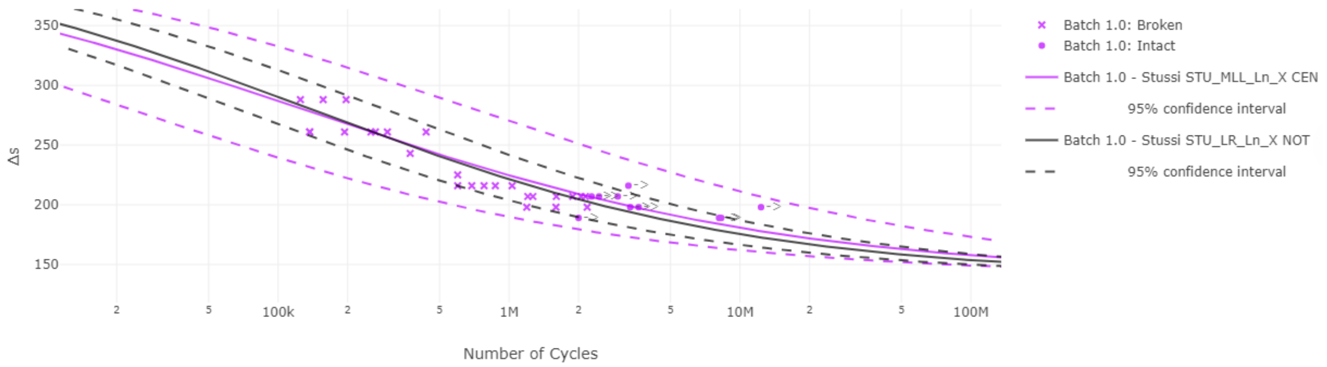

Figure 2: Loi de Stüssi avec les méthodes de la régression non linéaire et du maximum de vraisemblance par notre logiciel "Loi de Fatigue" sur les éprouvettes d'essais de fatigue de German Bridge [4].

Avant les 100 000 cycles, les courbes de fatigue du maximum de vraisemblance sont en dessous des identifications avec la méthode des moindres carrés, sauf pour la courbe de percentile avec 97,5% de défaillance qui reste toujours lorsqu'elle est identifiée avec le maximum de vraisemblance qu'avec la régression non-linéaire. Puis à partir de 1 million de cycles, c'est l'inverse mais uniquement pour la médiane. Pour les courbes de percentile avec 2,5% de défaillance des 2 méthodes, elles restent très proches même à un très grand nombre de cycles. Cela ne permet donc pas de justifier un dimensionnement pour une contrainte plus élevée qu'initialement si l'on applique la méthode du maximum de vraisemblance en remplacement de la méthode de la régression non linéaire.
On peut voir, Figure 3 l'identifications pour des échantillons d'essais de fatigue de German Bridge [4] de la loi de fatigue de Strohmeyer avec les 2 méthodes utilisées : La méthode du maximum de vraisemblance et la méthode des moindres carrés. On peut observer que les courbes du maximum de vraisemblance et de la régression non-linéaire se superposent presque parfaitement. Pour les points d'essais cassés, ils sont principalement entre les lignes en pointillées. Pour les points d'essais non cassés, ils sont en majorité au-dessus de la courbe médiane et même de l'intervalle de confiance.
On peut donc dire que les échantillons cassés étant entre les lignes de l'intervalle de confiance, les estimations sont a priori satisfaisantes mais de manière limitée car 2 échantillons sont très proches de la limite inférieure de l'intervalle de confiance, et un autre est au-dessus de la limite supérieure. En ce qui concerne les échantillons non cassés, sachant qu'ils devraient casser plus tard, ils devraient aussi être entre les courbes de l'intervalle de confiance, voire plus proches de la médiane que de la limite supérieure a priori.

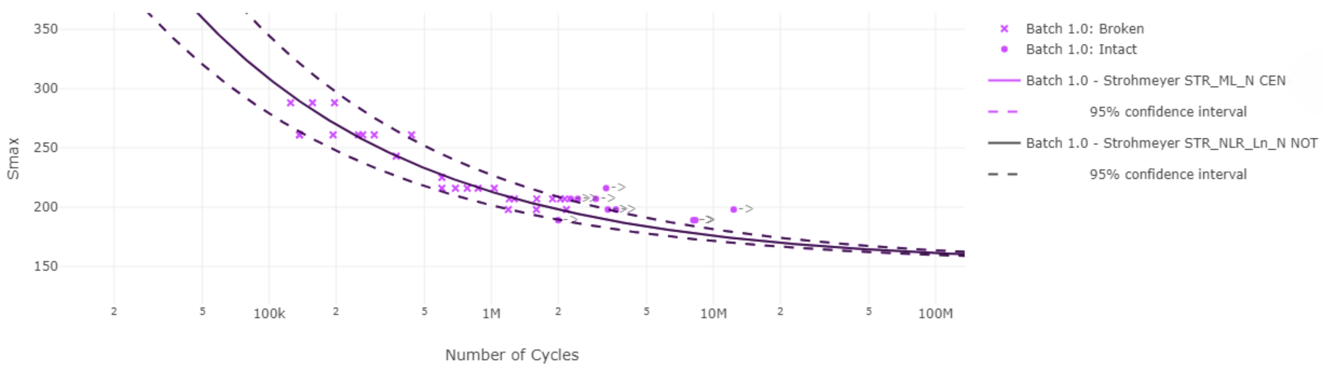

Figure 3: Loi de Strohmeyer avec les méthodes de la régression non linéaire et du maximum de vraisemblance par notre logiciel "Loi de Fatigue" sur les éprouvettes d'essais de fatigue de German Bridge [4].

Les courbes tracées sont ici similaires sans forcément correspondre aux essais mieux l'une que l'autre avec un potentielle amélioration puisque les échantillons non cassés sont en dehors de l'intervalle de confiance.
On peut voir, Figure 4, les identifications pour des échantillons d'essais de fatigue de S690QL-KS [2] de la loi de fatigue de Basquin avec les 2 méthodes utilisées : La méthode du maximum de vraisemblance et la méthode des moindres carrés.
On peut observer que les points d'essais cassés sont principalement entre les lignes en pointillées. Pour les points d'essais non cassés, ils sont entre les 2 courbes médiane et même proches de la limite inférieure pour le maximum de vraisemblance.
On peut donc dire que dans les 2 cas, les échantillons cassés étant entre les lignes de l'intervalle de confiance, les estimations sont a priori satisfaisantes. En ce qui concerne les échantillons non cassés, sachant qu'ils devraient casser plus tard et qu'il n'y

a pas d’échantillons non cassé à cette contrainte, ils devraient aussi être entre la médiane et la limite inférieure de l’intervalle de confiance, ce qui est le cas pour le maximum de vraisemblance. Les courbes tracées avec le maximum de vraisemblance semblent donc mieux correspondre aux essais.

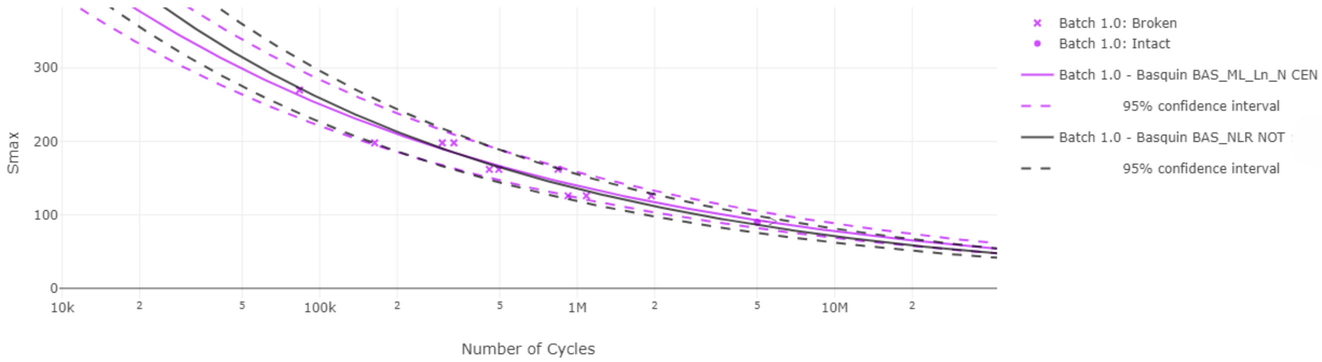

Figure 4: Loi de Basquin avec les méthodes de la régression non linéaire et du maximum de vraisemblance par notre logiciel "Loi de Fatigue" sur les éprouvettes d'essais de fatigue de S690QL-KS [2].

Avant les 100 000 cycles, les courbes de fatigue du maximum de vraisemblance sont en dessous des identifications avec la méthode des moindres carrés. Puis à partir de 500000 cycles, c’est l’inverse. Donc, pour les plus longues durées de vie, les contraintes admissibles sont augmentées. Ainsi, pour une sollicitation de contrainte maximum de 75MPa, on passe de 5,2 millions de cycles pour la méthode de régression non-linéaire à 10 millions de cycle pour la méthode du maximum de vraisemblance avec une probabilité de défaillance de 2,5%. Cela permet donc de justifier un dimensionnement pour une contrainte plus élevée qu’initialement si l’on applique la méthode du maximum de vraisemblance en remplacement de la méthode de la régression non-linéaire.
On peut voir, Figure 5, les identifications pour des échantillons d’essais de fatigue de S690QL-KS [2] de la loi de fatigue de Stüssi avec les 2 méthodes utilisées : La méthode du maximum de vraisemblance et la méthode des moindres carrés.
On peut observer que les points d’essais cassés sont principalement entre les lignes en pointillées. On peut donc dire que dans les 2 cas, les échantillons cassés étant entre les lignes de l’intervalle de confiance, les estimations sont a priori satisfaisantes.
En ce qui concerne les échantillons non cassés, ils sont entre les courbes de l’intervalle de confiance pour les 2 méthodes.
Cependant, ils sont plus proches de la médiane que de la limite supérieure avec le maximum de vraisemblance, ce qui semblent donc mieux correspondre aux essais.

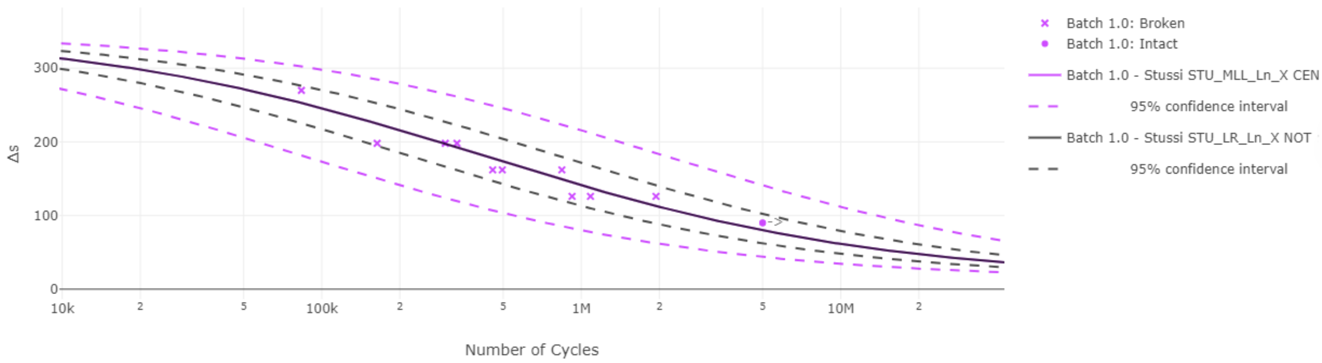

Figure 5: Loi de Stüssi avec les méthodes de la régression non linéaire et du maximum de vraisemblance par notre logiciel "Loi de Fatigue" sur les éprouvettes d'essais de fatigue de S690QL-KS [2].

Les courbes médianes des 2 méthodes sont superposées, les courbes de percentiles avec 97,5% de probabilité de défaillance du maximum de vraisemblance sont au-dessus de celles de la méthode des moindres au carré, et celle avec 2,5% de probabilité de défaillance du maximum de vraisemblance sont en-dessous. Cela ne permet donc pas de justifier un dimensionnement pour une contrainte plus élevée qu’initialement si l’on applique la méthode du maximum de vraisemblance en remplacement de la méthode de la régression non-linéaire.

On peut voir, Figure 6, les identifications pour des échantillons d'essais de fatigue de S690QL-KS [2] de la loi de fatigue de Strohmeyer avec les 2 méthodes utilisées : La méthode du maximum de vraisemblance et la méthode des moindres carrés. On peut observer que pour les points d'essais cassés, ils sont principalement entre les lignes en pointillées. Pour les points d'essais non cassés, ils sont entre la courbe médiane et la limite supérieur de l'intervalle de confiance pour les deux méthodes. On peut donc dire que dans les 2 cas, les échantillons cassés étant entre les lignes de l'intervalle de confiance, les estimations sont a priori satisfaisantes. En ce qui concerne les échantillons non cassés, ils sont entre les courbes de l'intervalle de confiance pour les 2 méthodes. Cependant, ils sont plus proches de la médiane que de la limite supérieure avec le maximum de vraisemblance, ce qui semblent donc mieux correspondre aux essais.

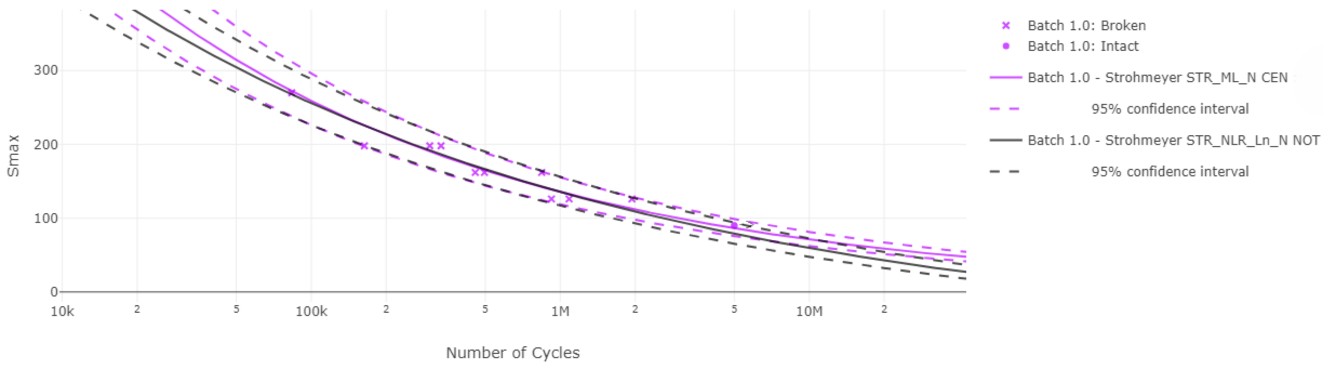

Figure 6: Loi de Strohmeyer avec les méthodes de la régression non linéaire et du maximum de vraisemblance par notre logiciel "Loi de Fatigue" sur les éprouvettes d'essais de fatigue de S690QL-KS [2].

Globalement, les courbes de fatigue du maximum de vraisemblance sont au-dessus des identifications avec la méthode des moindres carrés. Donc, pour une durée de vie, les contraintes admissibles sont augmentées. Ainsi, pour une sollicitation de contrainte maximum de 75MPa, on passe d'environ 3 millions de cycles pour la méthode de régression non-linéaire à 5 millions de cycles pour la méthode du maximum de vraisemblance avec une probabilité de défaillance de 2,5%. Cela permet donc de justifier un dimensionnement pour une contrainte plus élevée qu'initialement si l'on applique la méthode du maximum de vraisemblance en remplacement de la méthode de la régression non linéaire.

Dans l'ensemble, nos modélisations de loi de fatigue médiane correspondent plutôt bien aux résultats d'essais. Nos résultats sont donc satisfaisants de ce point de vue. L'utilisation du maximum de vraisemblance améliore nos résultats en étant plus conformes aux essais.

Cependant, le positionnement des échantillons non cassés, reste une question ouverte. De même, il manque un cadre de validation pour définir si les améliorations sont vraiment justifiées et présentes. Des prémices d'hypothèse ont été formulé au cours des descriptions des différents résultats, mais cela nécessite un cadrage que l'on va présenter par la suite.

DISCUSSION ET PERSPECTIVES — Une fois les courbes tracées, on peut suivre différentes méthodes pour interpréter les résultats. Ici, on va se concentrer sur l'analyse des résultats graphiques effectuées précédemment.

L'objectif final de l'utilisation du maximum de vraisemblance est d'augmenter la contrainte maximale de sollicitation en justifiant cela par la prise en compte des échantillons non cassés qui ne sont pas toujours pris en compte lors de l'identification de la loi de fatigue. En effet, ces échantillons non cassés sont censés être en dessous de la courbe médiane, c'est-à-dire la zone pour laquelle la plupart des éprouvettes ne sont pas cassées. En supposant que la courbe médiane doit être au-dessus et le plus éloignée possible de ces éprouvettes, celles-ci sont censées remonter la courbe et donc augmenter les contraintes admissibles lorsqu'on vise une durée de vie. L'information ajoutée nous permet donc de modifier la courbe de la loi de fatigue par rapport à une non prise en compte.

Pour commencer, il faut considérer ce qui est acceptable de ce qui ne l'est pas. Il n'est pas acceptable d'avoir plus de 2,5% des points en dessous de la zone entre les 2 lignes pointillées. En effet, elle est censée représenter la zone où se cassent 97,5% des essais et la limite basse permet donc de choisir au mieux la contrainte maximum de sollicitation du matériau selon la fiabilité nécessaire. Comme le précise Rémy Fouchereau dans [7] un échantillon qui sort de ces courbes est acceptable, mais un groupe de point qui sort de ces courbes pour une contrainte ou une durée de vie donnée n'est pas acceptable car cela signifie qu'il y a un défaut de modélisation.

En revanche, comme notre méthode se veut globale pour identifier la loi en fonction des échantillons cassé et non cassée, il est acceptable de voir des points cassés au-dessus de la limite supérieure de l'intervalle de confiance. Cependant, cela signifie que notre méthode n'est pas la plus optimisée et que, lorsque l'on s'y fie, la contrainte maximum de sollicitation possible pourrait être sous-estimée.

De même, avoir des éprouvettes censurées au-dessus de la limite supérieure de l'intervalle de confiance est acceptable mais montre un manque d'optimisation de la modélisation choisie et de même, que l'on sous-estimera peut-être la contrainte maximum de sollicitation possible. On peut voir un contre-exemple Figure 2 où l'augmentation de la limite supérieure avec le maximum de vraisemblance n'apporte pas d'augmentation de la contrainte admissible pour la courbe de percentile à 2,5% de défaillance. Et un exemple Figure 6 où l'augmentation de cette limite apporte une augmentation de la contrainte admissible pour la courbe de percentile à 2,5% de défaillance

Sachant que les échantillons non cassés devraient casser plus tard, ils devraient aussi être entre les courbes de l'intervalle de confiance voir en dessous. Si l'on fait l'hypothèse que l'échantillon cassera dans une poignée de cycle, alors son positionnement près de la limite supérieur de l'intervalle de confiance a du sens. En revanche, si l'échantillon casse bien plus tard et s'il y a des échantillons cassés pour une même contrainte, il devrait être plus proche de la médiane que de la limite supérieure. En effet, cela signifie qu'il fait partie des échantillons les plus robustes, mais comme sa durée de vie résiduelle est grande, s'il est proche de la limite supérieure et qu'il n'est pas le seul, il y a de forte probabilité qu'il casse en dehors de l'intervalle de confiance avec d'autres. Enfin, s'il n'y a que des échantillons non cassés pour une même contrainte, on peut rester conservatif en supposant que les échantillons non cassés sont dans l'intervalle de confiance, voir en-dessous. L'intérêt d'avoir des échantillons de durée de vie de plus en plus grande pourrait permettre de réduire ce conservatisme pour ces valeurs de contrainte.

La régression linéaire combinée à la loi de Stüssi ou à la loi de Strohmeyer sont donc des couples méthode/loi acceptable de manière très limitée pour les essais de S690QL-KS [2]. Pour les identifications inacceptables, on pourra calculer, par la suite, le nombre de point en dessous d'un p-value de 1%, 2,5% et 5% pour vérifier rapidement si les courbes de fatigue obtenues sont utilisables ou non pour une modélisation en fatigue.

Le maximum de vraisemblance combinée à la loi de Strohmeyer est un couple méthode/loi non optimisé pour les essais du German Bridge [4] du fait que les courbes identifiées par le maximum de vraisemblance sont en-dessous de certaine échantillons cassés.

Globalement, lorsque les résultats de la méthode des moindres carrés est acceptable, nous devrions nous attendre à ce que la méthode du maximum de vraisemblance augmente les contraintes de sollicitation pour une même durée de vie. Il y a donc, à la suite de ces identifications, une possibilité d'optimisation de conception. Cela montre que la méthode de visualisation est nécessaire mais qu'elle n'est pas suffisante. En effet, les modifications effectuées peuvent-être intéressantes pour optimiser des conceptions. Mais une fois cette étude visuelle effectuée, il est difficile de définir pour les combinaisons de la loi de Basquin et celle de la loi de Strohmeyer quelles sont les plus adaptés pour les essais de S690QL-KS [2]. D'où la nécessité d'avoir recours à d'autres critères d'interprétation.

La qualité de l'ajustement fourni par les courbes moyennes S-N a été quantifiée en la comparant aux données expérimentales disponibles dans [1] avec l'erreur quadratique moyenne RMSE entre les valeurs des contraintes estimées à partir de la courbe S-N ($\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{SN}}$) et les valeurs des contraintes expérimentales ($\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{exp}}$) est estimée par la relation suivante [1] :

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}\left(\sigma_{\mathrm{SN(i)}} - \sigma_{\exp(i)}\right)^{2}}\,.$$

Plus le RMSE est petit, meilleure est la qualité de l'ajustement. Cependant, si intuitivement, il est évident que l'écart entre la courbe médiane et les essais cassés doit être minimisé au maximum, pour les éprouvettes non cassées, ce n'est pas le cas. Elles sont censées cassé plus tard et donc être positionné en dessous de la courbe le plus possible. Cette méthode qui est adapté pour des identification sans échantillons censurés n'est pas vraiment applicable lorsque l'on prend en compte les échantillons non censurées. Il nous faudrait donc un autre critère.

La validation des lois de distribution proposée par Bruno, S. [5] peut se faire par validation des tests statistiques propres aux lois de distribution. Dans notre cas, nous utilisons le test de Anderson-Darling en supposant que la distribution des contraintes pour une durée de vie données lors des essais est une distribution normale. Ce résultat de test est un critère intéressant qu'on peut l'utiliser pour vérifier la qualité de l'ajustement de la méthode choisi. En effet, le test de Anderson-Darling se concentre sur les queues des fonctions de distribution cumulée où se produit la censure et où se situe les courbes de p-value faible, c'est-à-dire pour déterminer l'endroit où les fiabilités sont les plus grands possibles et pour lesquelles une exigence de précisions est la plus importante pour ne pas risquer de rompre le matériau alors qu'il n'est pas censé casser. Ce test fait partie de nos perspectives d'utilisation. Afin d'améliorer l'estimation et d'éviter les biais, les résultats sont validés en utilisant des tests statistiques d'adéquations permettant d'observer la distribution normale des résidus [3].

CONCLUSION — En conclusion, l'évaluation des méthodes utilisées révèle une nécessité quant à leur application. Cependant, il est important de souligner que bien que la méthode de visualisation soit nécessaire, elle seule ne suffit pas à fournir une analyse complète. L'idéal serait d'avoir une méthode du même type que l'erreur moyenne quadratique qui s'applique à toutes les lois de fatigue, toutes les distributions et qui n'a qu'une seule échelle de comparaison. La limitation du nombre d'essais effectués rend difficile l'évaluation complète de leur pertinence. Parmi les perspectives envisagées par la suite, l'utilisation des tests statistiques semble pertinente. Par la suite, nous souhaiterions continuer avec d'autres lois de distribution, comme celle de Weibull. Enfin, notre approche ne s'alimente pas d'information sur la microstructure, cependant, on pourrait s'inspirer par la suite de l'approche de Rémi, F. [7] où, il propose un nouveau modèle probabiliste pour l'analyse et la prédiction de la durée de vie dans la fatigue des matériaux, intégrant à la fois l'approche de la mécanique de la rupture et un modèle de mélange spécifique, offrant ainsi une représentation concise des courbes S-N et une interprétation aisée pour les ingénieurs de mécanique des matériaux. Une autre perspective que l'on souhaiterait améliorer est d'apporter des ajouts de méthodologie lors des essais pour limiter le nombre d'essais.

REMERCIEMENTS

C’est avec plaisir qu’on réserve quelques lignes en signe de remerciements. Ce travail de recherche a été réalisé grâce aux efforts de plusieurs personnes. On souhaite exprimer notre sincère gratitude envers notre entreprise ‘Expleo France’ pour son précieux soutien financier qui a permis la réalisation de ce projet R&D. On tient à remercier Ivan RUKAVINA pour sa contribution exceptionnelle au projet Loi de Fatigue, son code pour la création du logiciel est tout simplement remarquable et a posé une base solide sur laquelle on a pu construire et faire évoluer le projet. On voudrait remercier Alireza Dashti pour sa contribution dans l’amélioration du logiciel. Un immense merci à nos stagiaires pour leur contribution précieuse et leur dévouement lors de leur collaboration sur ce projet, je cite en particulier Alexandre DEMENAIS.

REFERENCES

[1] Barbosa, J. F., Correia, J. A., Freire Junior, R. C. S., Zhu, S. P., De Jesus, A. M. (2019). Probabilistic SN fields based on statistical distributions applied to metallic and composite materials, State of the art, *Advances in Mechanical Engineering*, 11(8). https://doi.org/10.1177/1687814019870395

[2] Toasa Caiza, P. D. (2019). Consideration of runouts by the evaluation of fatigue experiments, *KIT Scientific Publishing*. DOI:10.5445/KSP/1000091208

[3] Harlow, D. G. (2020). Fatigue life estimation with censored data, *International Journal of Fatigue*, 141.

https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2020.105899

[4] Toasa Caiza, P. D., Dr.Eng, T. U. et al. (2020). Applying the Weibull and Stüssi Methods that Derive Reliable Wöhler Curves to Historical German Bridges, *Practice Periodical on Structural Design and Construction*. Volume 25, Issue 4. https://doi.org/10.1061/(ASCE)SC.1943-5576.0000506

[5] Sudret, B. (2009). Fatigue des matériaux et des stuctures 3, chapitre 5, pages 257–297.

[6] Lemaitre, J., Chaboche, J. et al. (2020). Mécanique des matériaux solides. Dunod. Mécanique des matériaux solides - Livre et ebook Physique de Jean Lemaitre - Dunod

[7] Fouchereau, R. (2014). Modélisation probabiliste des courbes S-N. Machine Learning. Université Paris Sud - Paris XI, 2014. HAL tel-00990770