

Modélisation de maintenances imparfaites et estimation paramétrique à partir de données censurées à gauche

Imperfect maintenance modeling and parametric estimation from left-censored data

COUSINO Théo
Research & Innovation Center
for Energy (RICE), GRTgaz ; Univ.
Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP
France
theo.cousino@univ-grenoble-alpes.fr

DOYEN Laurent
Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP
France
laurent.doyen@univ-grenoble-alpes.fr

BRISSAUD Florent
Research & Innovation Center
for Energy (RICE), GRTgaz
France
florent.brissaud@grtgaz.com

GAUDOIN Olivier
Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP
France
olivier.gaudoin@univ-grenoble-alpes.fr

MARLE Leïla
Research & Innovation Center
for Energy (RICE), GRTgaz
France
leila.marle@grtgaz.com

1 **Résumé** - La fiabilité d'un système dépend des effets conjoints du vieillissement et de l'efficacité des maintenances. Le vieillissement
2 intrinsèque est modélisé à l'aide de lois de probabilité pour la durée de fonctionnement d'un système non maintenu. L'effet d'une maintenance
3 est souvent compris entre parfait et minimal, on parle alors de maintenance imparfaite. L'évaluation de la fiabilité des systèmes nécessite
4 l'application de modèles de maintenance imparfaite et l'estimation statistique de leurs paramètres, au vu des données. Les modèles de
5 maintenance imparfaite considérés ici sont les modèles d'âge virtuel de type ARA (*Arithmetic Reduction of Age*). Cet article se concentre sur
6 l'estimation des paramètres dans un cadre de censure à gauche pour les modèles ARA.

7 Dans notre cadre, les maintenances préventives (MP) sont planifiées. Lorsque des défaillances surviennent, elles ne sont détectées que
8 lors des MP. Ainsi, la maintenance corrective (MC) correspondante n'est effectuée qu'au moment de la prochaine MP. L'effet d'une MP est
9 donc différent selon qu'il y a eu ou non une défaillance depuis la MP précédente. Deux types de maintenance sont alors considérés: la MP
10 classique lorsqu'il n'y a pas eu de défaillance depuis la dernière MP et la maintenance préventive corrective (MPC) s'il y a eu au moins une
11 défaillance. Tous les effets de ces maintenances sont supposés imparfaits. Nous avons présenté au lambda-mu 2022 (Cousino et al., 2022)
12 l'estimation des paramètres pour ce modèle ARA particulier dans le cas où les données sont censurées par intervalle. Dans la pratique, les
13 données sont souvent, en plus, censurées à gauche. Le but de cette présentation est de proposer différentes méthodes statistiques adaptées à
14 cette situation.

15 Avant la date de censure à gauche, les instants de défaillance ne sont pas connus. Ainsi, pendant cette période, il est impossible de savoir
16 si les précédentes maintenances ont été des MP ou des MPC. L'âge virtuel du système ne peut donc pas être calculé à l'instant initial des
17 observations. Nous proposons différentes méthodes pour traiter ce problème, basées sur le maximum de vraisemblance et l'algorithme EM.
18 La qualité des estimations est évaluée sur des données simulées pour montrer l'efficacité de nos méthodes. Enfin les différentes méthodes
19 seront appliquées pour évaluer le vieillissement et l'efficacité des maintenances sur des systèmes réels provenant de GRTgaz.

20 **Mots-clefs** - maintenance imparfaite, fiabilité, vieillissement, censure à gauche, estimation statistique

21
22 **Abstract** - The reliability of a system depends on the combined effects of aging and maintenance efficiency. Intrinsic aging is modeled using
23 probability distributions for the operating time of an unmaintained system. The maintenance effect is often between perfect and minimal, this
24 is known as imperfect maintenance. Assessing system reliability requires the application of imperfect maintenance models and the statistical
25 estimation of their parameters, given the data. The imperfect maintenance models considered here are virtual age models of the ARA
26 (*Arithmetic Reduction of Age*) type. This article focuses on parameter estimation in a left censored framework for ARA models.
27

28 In our context, preventive maintenance (PM) is planned. When failure occurs, they are only detected during PM. This means that the
29 corresponding corrective maintenance (CM) is not carried out until the next PM. The effect of a PM is therefore different depending on whether
30 or not there has been a failure since the previous PM. Two types of maintenance are therefore considered: conventional PM when there has
31 been no failure since the last PM, and preventive corrective maintenance (PCM) if there has been at least one failure. All maintenance effects
32 are assumed to be imperfect. At lambda-mu 2022 (Cousino et al., 2022), we presented parameter estimation for this particular ARA model in
33 the case of interval-censored data. In practice, data are often additionally left censored. The aim of this presentation is to propose different
34 statistical methods for this situation.

35 Before the left censoring date, the failure times are not known. During this period, therefore, it is impossible to know previous maintenance
36 were whether PM or PCM. The virtual age of the system can therefore not be calculated at the initial observation time. We propose various
37 methods for dealing with this problem, based on maximum likelihood and the EM algorithm. The quality of the estimates is evaluated on
38 simulated data to demonstrate the effectiveness of our methods. Finally, the different methods will be applied to evaluate aging and maintenance
39 efficiency on real systems from GRTgaz.

40 *Keywords - imperfect maintenance, reliability, aging, left censoring, statistical estimation*

41 I. INTRODUCTION

42 Les actifs industriels vieillissent, connaissent des défaillances et font l'objet d'actions de maintenance tout au long de
43 leur vie. Deux types de maintenance sont envisagés ici:

- 44 1. La maintenance corrective (MC) intervient après la détection d'une défaillance et vise à remettre en fonctionnement
45 l'équipement.
- 46 2. La maintenance préventive (MP) réduit le vieillissement de l'équipement et retarde ainsi l'apparition de futures
47 défaillances.

48 La fiabilité d'un système dépend des effets conjoints du vieillissement et de l'efficacité de la maintenance (Lindqvist, 2006).
49 Le vieillissement intrinsèque est modélisé à l'aide de distributions de probabilité pour la durée avant défaillance d'un
50 système neuf non maintenu. La maintenance peut être parfaite, ce qui implique qu'après la maintenance, le système se
51 comporte comme un système neuf (AGAN : *As Good As New*). Inversement, la maintenance peut être minimale et ainsi le
52 système après maintenance est dans le même état qu'auparavant (ABAO : *As Bad As Old*). Dans la pratique, les effets de
53 la maintenance se situent entre ces deux extrêmes, ce que l'on appelle la maintenance imparfaite.

54 La plupart des modèles de maintenance imparfaite intègrent la notion d'âge virtuel, introduite par Kijima (Kijima,
55 1989). Dans un modèle d'âge virtuel, la maintenance est supposée rajeunir le système, c'est-à-dire le ramener à un état de
56 santé antérieur à son état actuel. Parmi ces modèles, les modèles de réduction arithmétique de l'âge (ARA) proposés par
57 Doyen et Gaudoin (Doyen et Gaudoin, 2004) (Doyen et Gaudoin, 2011) sont parmi les plus utilisés.

58 L'évaluation de la fiabilité des équipements et l'optimisation de la maintenance nécessitent l'application de ces
59 modèles, ainsi que l'estimation statistique de leurs paramètres à partir de l'observation des données de défaillance, de
60 maintenance corrective et préventive. Par exemple, Remy et al. (Remy et al., 2013) et Guerra de Toledo et al. (Guerra de
61 Toledo et al., 2015) (Guerra de Toledo et al., 2016) ont réalisé une analyse statistique à partir des modèles ARA sur des
62 données industrielles réelles.

63 Certaines informations sur les données peuvent être manquantes, c'est ce que l'on appelle de la censure. Plusieurs types
64 de censure sont possibles: censure à droite, censure à gauche et censure par intervalle. La censure à gauche est considérée
65 dans cet article, cela correspond au cas où les données ne sont observées qu'après une période donnée, postérieure à la date
66 de mise en service. La censure à gauche a été bien étudiée pour des durées de vie indépendantes et de même loi (Klein et
67 Moeschberger, 2003). Elle a été moins abordée dans le cas d'événements récurrents (Andersen et al., 2012). Trindade et
68 Nathan (Trindade et Nathan, 2018) ont étudié le cas des processus de Poisson non-homogènes. Hernandez-Herrera et al.
69 (Hernandez-Herrera et al., 2022) ont étudié des modèles basiques de risque. Seuls quelques rares articles, tels que Doyen
70 (Doyen, 2014) et Nguyen et al. (Nguyen et al., 2017), traitent de la censure à gauche pour les modèles de maintenance
71 imparfaite.

72 Ce travail s'inscrit dans le cadre d'une collaboration entre GRTgaz et l'Université Grenoble Alpes. GRTgaz possède et
73 exploite en France le plus long réseau de transport de gaz naturel à haute pression d'Europe. Son patrimoine industriel
74 comprend plus de 32 500 km de canalisations, 26 stations de compression, environ 5 000 postes de détente et de livraison
75 de gaz, près de 4 800 autres postes de réseau (sectionnement, gares à pistons) et des postes spécifiques au biométhane en
76 fort développement (postes d'injection et stations de rebours). Pour les actifs industriels de GRTgaz considérés dans le
77 cadre de cette collaboration, lorsqu'une défaillance survient, elle n'est détectée qu'au moment de la prochaine MP et la MC
78 associée est réalisée à ce moment-là. Par conséquent, les effets de la MP seront différents selon qu'il y a eu ou non une
79 défaillance depuis la MP précédente. Deux types de MP sont envisagés. Le premier type (appelé simplement MP) est une
80 maintenance préventive telle qu'aucune défaillance ne s'est produite depuis la dernière maintenance. Le second type (appelé
81 MPC pour Maintenance Préventive Corrective) est une maintenance préventive telle qu'au moins une défaillance s'est
82 produite depuis la dernière maintenance. Tous les effets des maintenances sont imparfaits, de type ARA, et naturellement

91 différents selon que c'est une MP ou une MPC. Un modèle de maintenance pour cette situation a été développé par Cousino
 92 et al. (Cousino et al., 2023) (Cousino et al., 2024) et appliqué à des données censurées par intervalles provenant de GRTgaz.
 93

94 L'objectif de cet article est de développer des méthodes d'inférence statistique pour les données censurées à gauche,
 95 dans ce modèle spécifique de maintenance imparfaite. Différentes méthodes sont proposées, la qualité et le temps de calcul
 96 des estimations sont évalués sur des données simulées.

97
 98 La section 2 présente l'hypothèse de modélisation et la méthode d'inférence statistique dans le cas de données complètes.
 99 La section 3 explique le cadre et les méthodes d'inférence statistique dans le cas de données censurées à gauche. Dans la
 100 section 4, une étude de simulation analyse la qualité des estimations et une conclusion est donnée dans la section 5.

101
 102 II. DONNEES COMPLETES

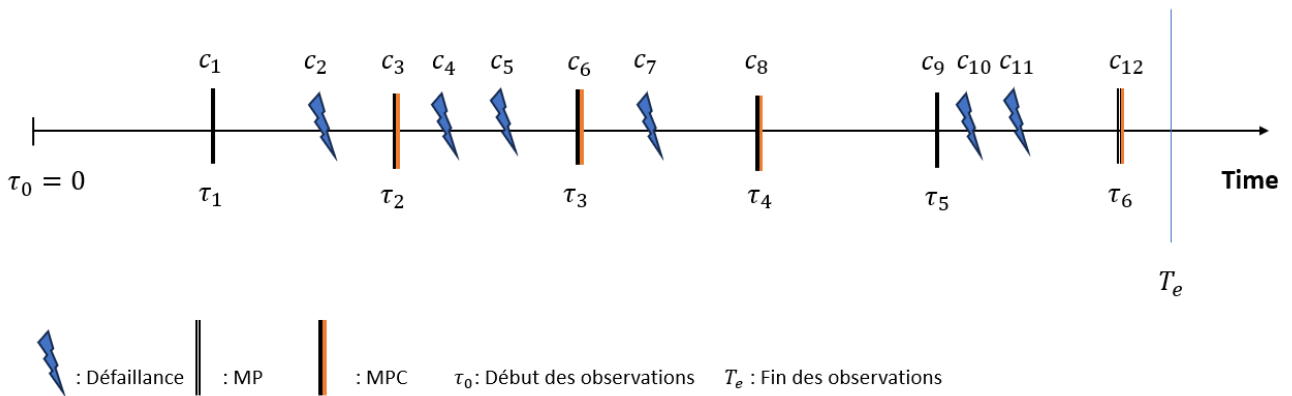
103
 104 Tout d'abord, considérons le cas simple où il n'y a pas de censure. Dans la première sous-section, le cadre de
 105 modélisation est expliqué et dans la seconde, une méthode d'inférence basée sur le maximum de vraisemblance est détaillée.

106 A. Hypothèses de modélisation

107
 108 Un actif industriel subit des défaillances et fait l'objet d'actions de MC et MP. Les durées de maintenance sont
 109 considérées comme négligeables. Les MP sont planifiées à des dates déterministes successives notées $\tau_i, \forall i \geq 1$.
 110 Lorsqu'une défaillance survient, elle n'est détectée qu'au moment de la prochaine MP, et la MC associée est exécutée à ce
 111 moment-là. Ainsi, la MP est utilisée à la fois pour détecter les défaillances et pour réduire le vieillissement.

112
 113 La figure 1 montre un exemple de réalisation du processus de défaillance et de maintenance. Elle illustre les notations
 114 associées. L'actif est observé à partir de la date de mise en service $\tau_0 = 0$, jusqu'à la fin de l'observation, T_e . n représente
 115 le nombre d'événements observés. Dans ce cas, nous observons $n = 12$ événements: 6 défaillances, représentées par des
 116 éclairs, et 6 maintenances, représentées par des bâtons. Il existe deux types de MP. Par exemple, entre τ_4 et τ_5 , aucune
 117 défaillance ne s'est produite et donc τ_5 correspond à une action de maintenance simple correspondant au plan de
 118 maintenance initial. Ces maintenances seront simplement appelées MP et représentées par des bâtons noirs. Entre τ_1 et τ_2
 119 ou entre τ_2 et τ_3 , au moins une défaillance s'est produite et donc les maintenances effectuées à τ_2 et τ_3 cumulent l'effet de
 120 la MP initialement prévue et de la MC associée aux défaillances précédentes (quel que soit leur nombre). Ces maintenances
 121 seront appelées MPC et représentées par des bâtons noir et orange. Le processus de défaillance et de maintenance consiste
 122 en une séquence d'instantants récurrents notés $C_i, \forall i \geq 1$, qui correspondent à trois types d'événements notés U_i : $U_i = -1$
 123 pour les défaillances (F), et pour les deux types de maintenance préventive, $U_i = 1$ pour les MP et $U_i = 2$ pour les MPC.

124
 125
 126



127
 128

129 Fig.1: Une réalisation du processus de défaillance et de maintenance

130

131 Lors d'une défaillance, aucune maintenance n'est effectuée, ce qui équivaut à supposer qu'une maintenance
 132 minimale (*As Bad As Old* - ABAO) est effectuée. Soit M1 le modèle de maintenance imparfaite associé aux MP et M2
 133 le modèle de maintenance imparfaite associé aux MPC. Le modèle global est noté F ABAO-MP M1-MPC M2.

134

135 L'intensité conditionnelle de défaillance, notée λ_t , caractérise complètement la loi d'un processus de comptage
 136 (Lindqvist, 2006). Lorsque M1 et M2 sont des modèles ARA, l'intensité conditionnelle est (Cousino et al., 2023)
 137 (Cousino et al., 2024):
 138

$$\forall i \geq 0, \forall t \in [\tau_i; \tau_{i+1}[, \lambda_t = h(V_i + t - \tau_i) \quad (1)$$

où h est l'intensité initiale, correspondant également au taux de défaillance du premier instant de défaillance d'un système non maintenu. Ici, on suppose que l'on a une loi de Weibull, ainsi $\forall t \geq 0, h(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1}$. De plus, $\forall i \geq 0, V_i$ représente l'âge virtuel au temps τ_i , avec $V_0 = 0$.

Plusieurs modèles F ABAO-MP M1-MPC M2 sont présentés dans (Cousino et al., 2024) avec différents choix de modèles ARA pour M1 et M2. Ces modèles sont entièrement définis par les valeurs de $V_i, \forall i \geq 0$. Les paramètres d'efficacité des modèles de maintenance M1 et M2 sont respectivement notés ρ_p and ρ_{pc} .

Le modèle F ABAO-MP ARA_∞ -MPC ARA_∞ est utilisé dans la suite de l'article. ARA_∞ est un modèle ARA particulier, qui suppose que l'effet d'une maintenance est de réduire l'âge virtuel d'une quantité proportionnelle à cet âge virtuel. $\forall i \geq 1$, l'âge virtuel vérifie (Cousino et al., 2024)

$$V_i = (1 - \rho_p)(V_{i-1} + \Delta\tau_i)(1 - B_i) + (1 - \rho_{pc})(V_{i-1} + \Delta\tau_i)B_i \quad (2)$$

ce qui entraîne que:

$$V_i = \sum_{j=1}^i \Delta\tau_j \prod_{k=j}^i (1 - \rho_p(1 - B_k) - \rho_{pc}B_k) \quad (3)$$

où:

- $\Delta\tau_i$ représente le temps écoulé entre les instants de maintenance τ_i et τ_{i+1} .
- $\forall i \geq 1, B_i$ est un indicateur. $B_i = 1$ s'il y a eu au moins une défaillance dans $[\tau_i; \tau_{i+1}[$, et 0 sinon. Autrement dit, $B_i = 0$ si une MP est faite à τ_i et $B_i = 1$ si une MPC est faite à τ_i .

Si ρ_p (resp. ρ_{pc}) est égal à 1, la MP (resp. MPC) est AGAN (parfaite). De même, si ρ_p (resp. ρ_{pc}) est égal à 0, la MP (resp. MPC) est ABAO (minimale). Si le paramètre d'efficacité de la maintenance (ρ_p or ρ_{pc}) est entre 0 et 1, la maintenance correspondante est imparfaite.

B. Inférence statistique

L'ensemble des paramètres du modèle est noté $\theta = (\eta, \beta, \rho_p, \rho_{pc})$. Pour estimer θ , la méthode du maximum de vraisemblance est utilisée. Pour n événements observés entre 0 et T_e , aux temps c_1, \dots, c_n , de types u_1, \dots, u_n , la vraisemblance associée est (Cousino et al., 2024):

$$L_{T_e}(\theta; n, \mathbf{c}_n, \mathbf{u}_n) = \prod_{i=1}^n \left[\lambda_{c_i}^{\mathbb{1}_{\{u_i < 0\}}} \exp\left(-\int_{c_{i-1}}^{c_i} \lambda_s ds\right) \right] \exp\left(-\int_{c_n}^{T_e} \lambda_s ds\right) \quad (4)$$

où:

- $\mathbf{c}_n = (c_1, \dots, c_n)$ et $\mathbf{u}_n = (u_1, \dots, u_n)$.
- $\forall i \geq 0, \forall t \in [\tau_i; \tau_{i+1}[, \lambda_t = h(V_i + t - \tau_i)$
- $\forall t \in [0; \tau_1[, \lambda_t = h(V_0 + t - \tau_0) = h(t)$

L'estimation des paramètres correspond à la valeur de θ qui maximise la vraisemblance.

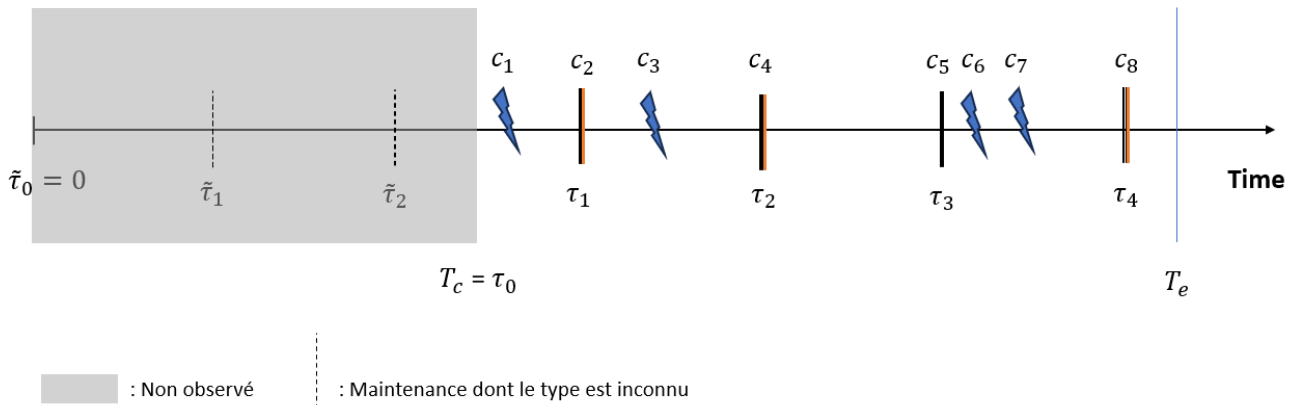
III. DONNEES CENSUREES

Nous supposons maintenant que les données sont censurées à gauche à la date T_c . T_c est la date de début de l'observation, qui n'est plus égale à la date de mise en service: $T_c > 0$.

A. Modélisation de la censure

La figure 2 donne un exemple de censure à gauche sur la même réalisation du processus de défaillance et de maintenance présentée dans la figure 1. Les dates de maintenance sont censées être connues même avant T_c (selon le

194 programme de maintenance préventive normalement définie), mais les instants de défaillance avant la censure à gauche
 195 sont inconnus. Ainsi, dans le cas de la censure à gauche, 4 défaillances sont observées parmi les 6 défaillances du cas
 196 des données complètes. Les types de maintenance avant T_c sont aussi inconnus. Pour distinguer les maintenances dont
 197 le type est connu ou non, nous notons $\{\tilde{\tau}_i\}_{i \geq 0}$ les dates de maintenance avant la censure gauche et $\{\tau_i\}_{i \geq 0}$ les dates de
 198 maintenance après la censure gauche. Comme le montre la Table 1, dans cet exemple, la date de maintenance τ_1 dans
 199 le cas de données censurées à gauche correspond à τ_3 dans le cas de données complètes. De même, $\tilde{\tau}_1$ correspond à τ_1 .
 200 Les types de maintenance (MP ou MPC) à $\tilde{\tau}_1$ et $\tilde{\tau}_2$ sont donc inconnus. Posons $\tilde{\tau}_0 = 0$ la date de mise en service du
 201 matériel et $\tau_0 = T_c$. Dans le cas censuré à gauche, le processus de défaillance et de maintenance observé n'est défini
 202 qu'après T_c . Donc, comme détaillé dans la Table 2, la date d'événement c_1 dans le cas censuré à gauche correspond à c_5
 203 dans le cas complet. Le nombre d'événements dans le cas de la censure à gauche est toujours désigné par n et, dans cet
 204 exemple, $n = 8$ événements sont observés parmi les 12 événements du cas des données complètes. Soit \tilde{n} le nombre
 205 d'événements observés ou de manière équivalente le nombre de maintenances avant la censure à gauche. Dans ce cas,
 206 $\tilde{n} = 2$.
 207
 208
 209
 210



211
 212 Fig.2: Une réalisation du processus de défaillance et de maintenance avec de la censure à gauche
 213
 214

215 Table 1: Correspondance des dates et des types de maintenance entre les données complètes et les données censurées
 216 pour l'exemple des Fig. 1 et 2

Données complètes Fig.1	τ_1	τ_2	T_c	τ_3	τ_4	τ_5	τ_6
	MP	MPC		MPC	MP	MP	MPC
Censure à gauche Fig.2	$\tilde{\tau}_1$	$\tilde{\tau}_2$	Censure à gauche	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4
	?	?		MPC	MP	MP	MPC

223
 224
 225
 226 Table 2: Correspondance des dates de défaillance et de maintenance observées entre les données complètes et les
 227 données censurées pour l'exemple des Fig. 1 et 2

Données complètes Fig.1	c_i	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	c_{11}	c_{12}
	u_i	1	-1	2	-1	-1	2	-1	2	1	-1	-1	2
Censure à gauche Fig.2	c_i	X	X	X	X	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8
	u_i	X	X	X	X	-1	2	-1	2	1	-1	-1	2

228 Notons que le cas des données complètes est un cas particulier de la censure à gauche pour $T_c = 0$.
 229

230 B. Inférence statistique

231
 232 $\forall i \geq 0$, soit \tilde{V}_i l'âge virtuel au temps $\tilde{\tau}_i$. $\tilde{V}_0 = 0$ est l'âge virtuel à la date de mise en service. V_i est l'âge virtuel
 233 au temps τ_i . V_0 est l'âge virtuel au temps de la censure à gauche $T_c = \tau_0$. Les valeurs de \tilde{V}_i sont inconnues du fait
 234 qu'avant la censure gauche, les types de maintenance (MP ou MPC) sont inconnus. Inversement, après T_c , les types de
 235 maintenance sont connus. À partir de l'équation (2), les âges virtuels peuvent être calculés de manière récursive. Donc,

si V_0 était connu, toutes les valeurs de V_i après la censure à gauche pourrait être calculées. Cet âge virtuel à T_c n'est pas observé et vérifie:

$$V_0 = \tilde{V}_{\tilde{n}} + T_c - \tilde{\tau}_{\tilde{n}} \quad (5)$$

où $\tilde{V}_{\tilde{n}}$ est l'âge virtuel à la date de la dernière maintenance $\tilde{\tau}_{\tilde{n}}$ avant la censure à gauche. Notons que $\tilde{V}_{\tilde{n}}$ est aléatoire et inconnu, tandis que $\tilde{\tau}_{\tilde{n}}$ est supposée ici connue.

Si V_0 est connue, l'estimation des paramètres θ peut être réalisée par maximum de vraisemblance en utilisant les données observées après la censure gauche. Pour n événements observés entre T_c et T_e , aux dates c_1, \dots, c_n , de types u_1, \dots, u_n , la vraisemblance associée en tenant compte de $V_0=v_0$ est:

$$L_{T_e|v_0}(\theta; k, \mathbf{c}_n, \mathbf{u}_n) = \prod_{i=1}^n \left[\lambda_{c_i}^{\mathbb{1}_{\{u_i < 0\}}} \exp\left(-\int_{c_{i-1}}^{c_i} \lambda_s ds\right) \right] \exp\left(-\int_{c_n}^{T_e} \lambda_s ds\right) \quad (5)$$

où:

$$\begin{aligned} - \forall i \geq 0, \forall t \in [\tau_i; \tau_{i+1}], \lambda_t &= h(V_i + t - \tau_i) \\ - \forall t \in [T_c; \tau_1], \lambda_t &= h(v_0 + t - T_c) \end{aligned}$$

Dans la pratique, il n'est pas possible d'utiliser directement la vraisemblance de l'équation (5) car V_0 est une variable aléatoire inconnue. Différentes méthodes sont proposées dans cette communication pour traiter ce problème. Une première idée consiste à calculer la loi de $\tilde{V}_{\tilde{n}}$, et à utiliser la formule des probabilités totales. Une deuxième idée est d'approcher V_0 par son espérance. Une troisième idée consiste à utiliser l'algorithme EM (Expectation Maximization). EM est une méthode classique pour traiter le cas des variables aléatoires cachées. Une quatrième idée est d'utiliser les propriétés asymptotiques de l'âge virtuel.

IV. RESULTATS DES SIMULATIONS

La qualité de l'estimation des paramètres est évaluée à l'aide de simulations de Monte Carlo. Cette section présente un exemple de résultat obtenu pour les méthodes d'estimation proposées, désignées par les acronymes suivants:

- CD: Données complètes (*Complete Data*),
- EL: Vraisemblance exacte basée sur la loi de $\tilde{V}_{\tilde{n}}$ (*Exact Likelihood*),
- ALE: Vraisemblance approchée basée sur l'espérance de V_0 (*Approximated Likelihood based on the Expectation*),
- EM: algorithme EM,
- ALA: Vraisemblance approchée basée sur les propriétés asymptotiques de l'âge virtuel (*Approximated Likelihood based on Asymptotic properties*).

Cette étude permet d'évaluer la perte de qualité des estimations lors de l'utilisation de données censurées à gauche au lieu de données complètes. Les paramètres de la simulation sont choisis de manière à obtenir des données simulées cohérentes avec les données réelles de GRTgaz. Un jeu de données simulé correspond à 100 systèmes identiques et indépendants observés sur 20 ans. Les instants de censure à droite et à gauche, T_e et T_c sont choisis comme étant des dates de maintenance. Les maintenances sont supposées être effectuées périodiquement chaque année.

Le pourcentage de MP et MPC par jeu de données varie en fonction du modèle et des valeurs de paramètres choisies. Les paramètres sont estimés par le produit des 100 vraisemblances associées à chacun des systèmes d'un jeu de données. Dans les algorithmes de maximisation de la vraisemblance, les valeurs des paramètres sont contraintes: entre 600 et 3000 pour η , entre 1 et 4 pour β et entre 0,1 et 0,9 pour les efficacités de maintenance.

Parmi toutes les combinaisons de paramètres et de taux de censure à gauche qui ont été testées, nous ne présentons ici qu'un seul exemple pour lequel $\rho_p = 0,25$, $\rho_{pc} = 0,75$, $\eta = 1000$ et $\beta = 2$, les instants de censure à gauche et à droite sont respectivement les dates de la 5e et de la 25e maintenance.

Pour les valeurs de paramètres sélectionnées, un ensemble de données simulées contient en moyenne 9,3 défaillances, 12,7 MP et 7,3 MPC par système. La quantité de données étant importante, on peut s'attendre à de bonnes estimations.

La figure 4 montre les caractéristiques des distributions empiriques des estimateurs obtenues à partir de 250 jeux de données simulées.

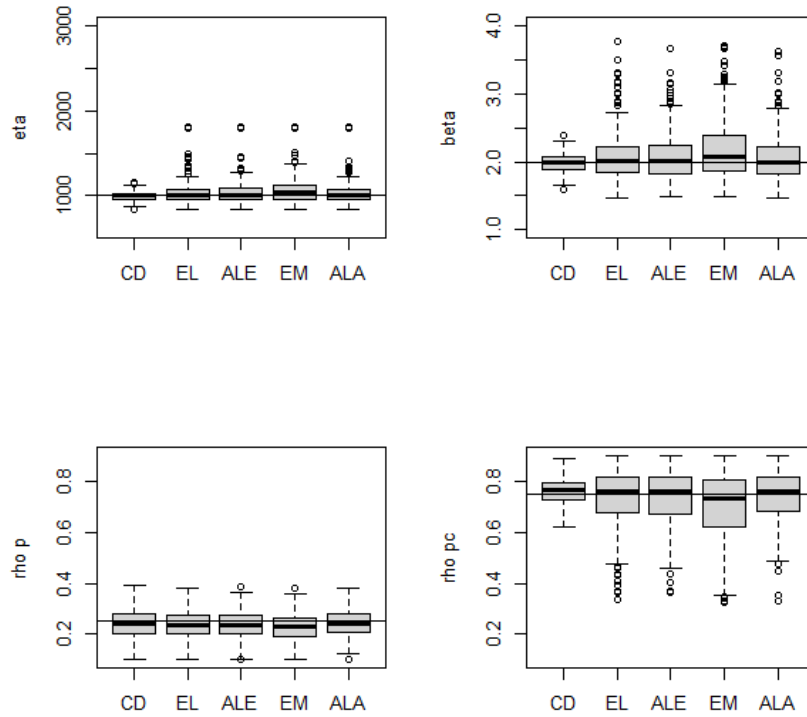


Fig.4: Distribution empirique des estimations (η haut-gauche, β haut-droit, ρ_p bas-gauche, ρ_{pc} bas-droit)

Comme prévu, la meilleure estimation est obtenue pour les données complètes. Les autres méthodes donnent de bons résultats, EM étant légèrement moins bonne. L'âge virtuel a atteint son asymptote avant la 5ème maintenance, c'est pourquoi la méthode ALA est pertinente. Même avec une censure à gauche, les estimations restent correctes.

V. CONCLUSION

Plusieurs méthodes d'inférence statistique pour les données censurées à gauche ont été proposées pour le modèle de maintenance imparfaite développé dans (Cousino et al., 2023) (Cousino et al., 2024). Ces méthodes ont été appliquées sur des données simulées et réelles. Les estimations sont globalement satisfaisantes lorsque le nombre de données est suffisamment important. Les meilleures méthodes semblent être EL et ALE.

Une première perspective de ce travail est d'étendre les méthodes d'inférence au cas rencontré dans la pratique de GRTgaz, où les données sont à la fois censurées à gauche et censurées par intervalles. Une deuxième perspective est de proposer des méthodes bayésiennes pour le cas où très peu de données informatives sont disponibles.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été partiellement soutenu par l'Agence Nationale de la Recherche dans le cadre du programme "France 2030" (ANR-15-IDEX-0002) et par le LabEx PERSYVAL-Lab (ANR-11-LABX-0025-01).

V. REFERENCES

Andersen, P. K., Borgan, O., Gill, R. D., & Keiding, N. (2012). Statistical models based on counting processes. *Springer Science & Business Media*.

325 Cousino, T., Brissaud, F., Doyen, L., Gaudoin, O., & Marle, L. (2022). Estimation du vieillissement et de l'efficacité de la maintenance d'actifs industriels à
326 partir de données censurées par intervalle. *23e Congrès de Maîtrise des Risques et de Sécurité de Fonctionnement, Lambda-Mu 23, Saclay*.
327

328 Cousino, T., Brissaud, F., Doyen, L., Gaudoin, O., & Marle, L. (2023). A new maintenance efficiency model and inference method for interval censored
329 failure data. *32nd European Conference on Safety and Reliability, ESREL 2023, Southampton*.
330

331 Cousino, T., Brissaud, F., Doyen, L., Gaudoin, O., & Marle, L. (2024). Imperfect maintenance modelling and estimation for interval-censored data. article
332 soumis.
333

334 Doyen, L. (2014). Semi-parametric estimation of Brown–Proschan preventive maintenance effects and intrinsic wear-out. *Computational statistics & data
335 analysis*, 77, 206-222.
336

337 Doyen, L., & Gaudoin, O. (2004). Classes of imperfect repair models based on reduction of failure intensity or virtual age. *Reliability Engineering and
338 System Safety*, 84(1), 45-56.
339

340 Doyen, L., & Gaudoin, O. (2011). Modelling and assessment of ageing and efficiency of corrective and planned preventive maintenance. *IEEE
341 Transactions on Reliability*, 60(4), 759-769.
342

343 Guerra de Toledo, M. Colosimo, E., Freitas, M., & Gilardoni, G. (2015). ARA and ARI imperfect repair models: Estimation, goodness-of-fit and
344 reliability prediction. *Reliability Engineering and System Safety*, 140, 107-115.
345

346 Guerra de Toledo, M. Colosimo, E., Freitas, M., & Gilardoni, G. (2016). Optimal periodic maintenance policy under imperfect repair: A case study on
347 the engines of off-road vehicles. *IIE Transactions*, 48(8), 747-758.
348

349 Hernandez-Herrera, G., Morina, D., & Navarro, A. (2022). Left-censored recurrent event analysis in epidemiological studies: a proposal for when the
350 number of previous episodes is unknown. *BMC Medical Research Methodology*, 22(1), 20.
351

352 Kijima, M. (1989). Some results for repairable systems with general repair. *Journal of Applied Probability*, (26), 89-102.
353

354 Klein, J.P. & Moeschberger, M. (2003). Survival analysis: techniques for censored and truncated data. *Springer*.
355

356 Lindqvist, B. (2006). On the statistical modeling and analysis of repairable systems. *Statistical Science*, 21(4), 532-551.
357

358 Nguyen, D.T., Dijoux, Y., & Fouladirad, M. (2017). Analytical properties of an imperfect repair model and application in preventive maintenance
359 scheduling. *European Journal of Operational Research*, 256(2), 439-453.
360

361 Remy, E., Corset, F., Despréaux, S., Doyen, L., & Gaudoin, O. (2013). An example of integrated approach to technical and economic optimization of
362 maintenance. *Reliability Engineering and System Safety*, 116, 8-19.
363

364 Trindade, D., & Nathan, S. (2018). Analysis of repairable systems with severe left censoring or truncation. *Quality Engineering*, 30(2), 329-338.
365